

数 学

注 意

1. 問題は全部で3題あり、冊子は計算用の余白もあわせて8ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題2，問題3の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

(計算用余白)

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)の 1 欄に記入せよ.

(1) 正三角形 ABC とその頂点上にある動点 P を考える. 動点 P は 1 分ごとに $\frac{2}{3}$ の確率で同じ頂点に留まり, 隣接する 2 つの頂点のどちらかに各々 $\frac{1}{6}$ の確率で移動する. P が n 分後に頂点 A 上にある確率を $p_n (n = 0, 1, 2, \dots)$ で表す. $p_0 = 1$ とするとき, 次の問に答えよ.

(i) $p_1 = \boxed{\text{ア}}$, $p_2 = \boxed{\text{イ}}$ である.

(ii) p_{n+1} を p_n を用いて表すと, $p_{n+1} = \boxed{\text{ウ}}$ である.

(iii) p_n を n を用いて表すと, $p_n = \boxed{\text{エ}}$ である.

(2) ベクトル \vec{a} , \vec{b} が $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = \sqrt{13}$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 5$ を満たすとき, ベクトル \vec{a} と \vec{b} の内積は $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{オ}}$ である.

(計算用余白)

2 解答を解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ.

$x > 0, y > 0$ は, 等式

$$y^3 = 1024x^2, \quad x = y^{1+\log_2 x}$$

を満たす. このとき x, y を求めよ.

(計算用余白)

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ.

放物線 $y = x^2$ の上に点 $P(a, a^2)$ をとる. ただし, $a > 0$ である.

- (1) 点 P における放物線 $y = x^2$ の接線 ℓ の方程式を求めよ.
- (2) xy 平面上で, 原点に関して点 P と対称な点を P' とする. 点 P' を中心とし, 半径が $\frac{a}{2}$ である円 C の方程式を求めよ.
- (3) 上で求めた接線 ℓ と円 C が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲を求めよ.
- (4) a が (3) で求めた範囲にあるとき, 円 C が接線 ℓ から切り取る線分の長さを求めよ.

(計算用余白)

