

数 学

注 意

1. 問題は全部で3題あり、冊子は計算用の余白も合わせて8ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題2および問題3の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

(1) 方程式

$$\log_3 \sqrt{x^2 + 15} + \log_9 \left(\frac{1}{x-3} \right) = \log_{\sqrt{3}} 2$$

の2つの解は $x = \boxed{1}, \boxed{2}$ である。ただし, $\boxed{1} < \boxed{2}$ とする。

(2) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ において

$$\left(3 \cos \theta + \frac{1}{4 \sin \theta} \right) \left(4 \sin \theta + \frac{3}{\cos \theta} \right) \geq \boxed{3} \boxed{4}$$

であって, 等号成立は $\theta = \boxed{5} \boxed{6}^\circ, \boxed{7} \boxed{8}^\circ$ のときである。

ただし, $\boxed{5} \boxed{6} < \boxed{7} \boxed{8}$ とする。

(3) i を虚数単位とする。このとき,

$$\left(\frac{-5 + 3i}{3 + 5i} \right)^2 = \boxed{9} \boxed{10}$$

$$\frac{1}{(3+i)^3} + \frac{1}{(3-i)^3} = \frac{\boxed{11}}{\boxed{12} \boxed{13} \boxed{14}}$$

である。

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その2)の **2** 欄に記入せよ.

xy 平面の原点を O とし, x 軸上に点 $A(5,0)$ をとる.

放物線 $C: y = -x(x-5)$ 上の点 P の x 座標を t とし, $\theta = \angle OPA$ とおく. ただし, $0 < t < 5$ であるとする.

(1) 直線 OP および直線 AP の傾きを t を用いて表せ.

(2) $\theta = 45^\circ$ となるような点 P は 2 つある. それらの点の座標を求めよ.

(3) (2) で求めた 2 つの点を x 座標が小さい順に P_1, P_2 とする. 曲線 C の P_1 から P_2 までの部分と, 2 つの線分 OP_1, OP_2 で囲まれた図形の面積を求めよ.

[計算用余白]

3 解答を解答用紙 (その 3) の **3** 欄に記入せよ.

曲線 $C: y = \log_2 x$ を考える.

C 上の点 P_1, P_2, P_3, \dots に対して $P_n (n \geq 1)$ の座標を (a_n, b_n) とし,

$$S_n = \sum_{k=1}^n b_k$$

とおく. $S_n = n^2 + n$ のとき, 次の問に答えよ.

(1) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

(3) 数列の和 $T_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ.

(4) $T_n \geq 1000000 = 10^6$ となるような最小の整数 n を求めよ.

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ および $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

[計算用余白]



マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(-), 数字(0~9)又は文字(a~d)が入る. 1, 2, 3, ... の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する. それらを解答用紙の1, 2, 3, ... で示された解答欄にマークして答えよ.

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	-	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
3	-	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。