数　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている．）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙は必ず提出すること．問題冊子は提出する必要はない．

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子を開いてはならない．

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{1}$ **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

番号1, 2, 3をつけた白球, 赤球をそれぞれ1個ずつ, 計6個用意する. 最初に, いくつかの白球を袋に入れ, 袋が空になるまで次の操作(＊)を繰り返し行う.

(＊) 袋から1個だけ球を取り出す. 取り出した球が白球のとき, その球の代わりに同じ番号の赤球を袋に入れる. 取り出した球が赤球のとき, 取り出した球の番号より番号の大きい球をすべて袋から取り除く. いずれの場合も取り出した球は袋には戻さない.

(1) 最初に番号が1と2の白球を1個ずつ袋に入れる. ちょうど4回の操作で袋が空になる確率は $\boxed{1}\boxed{2}$ %である.

(2) 最初に番号が1と2と3の白球を1個ずつ袋に入れる. ちょうど3回の操作で袋が空になる確率は $\boxed{3}\boxed{4}$ %である.

(3) 最初に番号が1と2と3の白球を1個ずつ袋に入れる. ちょうど4回の操作で袋が空になる確率は $\boxed{5}\boxed{6}$ %である.

ただし, 確率のパーセント表示は小数点以下を四捨五入し, また1桁の結果が得られた場合は, 十の位に0を補うこと. 例えば, $\frac{1}{13} = 0.076\cdots = 7.6\cdots$ %を得た場合, '08' と答える.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{2}$ **解答を解答用紙（その１）に記入せよ．**

初項３，公比 $\dfrac{1}{2}$ の等比数列 $\{a_n\}$ に対し，数列 $\{b_n\}$ を $b_n=\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{a_n}}$ で定める．また，$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$ とする．

(1)　$S_{10}=\dfrac{\boxed{7}\boxed{8}\boxed{9}\boxed{10}}{\boxed{11}\boxed{12}\boxed{13}}$ である．

(2)　$\{b_n\}$ は，初項が $-\dfrac{\sqrt{\boxed{14}}}{\boxed{15}}$，公比が $-\sqrt{\boxed{16}}$ の等比数列になる．

(3)　$T_n\geqq 1$ となる最小の n は $\boxed{17}$ である．

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{3}$ **解答を解答用紙(その2)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

a を正の実数とする. 座標平面上の3点 O$(0, 0)$, A$\left(a, \dfrac{3}{a}\right)$, B$(2, -1)$ に対し, 連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leqq \overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}} \leqq 1 \\ 0 \leqq \overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} \leqq 1 \end{cases}$$

を満たす座標平面上の点P全体のつくる図形を F とする.

(1) $a = 1$ のとき, 図形 F を座標平面上に図示せよ.

(2) 図形 F の面積を S とするとき, a が正の実数全体を動くときの S の最大値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ 解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.

関数 $f(x)=(1-x)e^{-2x}$ について次の問に答えよ.

(1) $y=f(x)$ の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べて，そのグラフの概形をかけ．ただし，必要であれば $\lim_{x\to\infty} xe^{-2x}=0$ を用いてよい.

(2) $y=f(x)$ のグラフに原点から接線を引いたとき，接点の x 座標を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{5}$ **解答を解答用紙（その４）の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.**

区間 $0 < x \leqq 1$ で定義された関数

$$f(x) = \int_x^{\sqrt{x}} \log t \, dt$$

について次の問に答えよ.

(1) 不定積分 $\int \log t \, dt$ を求めよ.

(2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(3) 関数 $f(x)$ の最小値と最小値を与える x の値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること．

2　問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−)，数字(0〜9)又は文字(a〜d)が入る．1，2，3，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
3	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する．

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない．

例えば，$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えよ．

また，それ以上約分できない形で答えること．

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけない．

4　根号あるいは対数を含む形で解答する場合は，根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

例えば，$\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない．また，$\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを，$3\log_2 9$ のように答えてはいけない．

5　分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{11}+\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない．