

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は提出する必要はない。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

A, B, Cの3人がプレゼントを持って集まっている. サイコロを投げ, 1の目が出ればAとBが持っているプレゼントを交換し, 2の目が出ればAとCが持っているプレゼントを交換する. なお, 3, 4, 5, 6の目が出た場合はプレゼントの交換はしない. これを繰り返し行う.

(1) サイコロを2回投げた結果, 最初にAが持っていたプレゼントをBが

持っている確率は $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ である.

(2) サイコロを n 回投げた結果, 最初にAが持っていたプレゼントをAが持っている確率を p_n とする. このとき,

$$p_{n+1} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}} p_n + \frac{\boxed{5}}{\boxed{6}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成立する.

(3) サイコロを n 回投げた結果, 最初にAが持っていたプレゼントをAが

持っている確率は $p_n = \frac{\boxed{7}}{\boxed{8}} + \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}} \left(\frac{\boxed{11}}{\boxed{12}} \right)^n$ である.

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

a, b を定数とする. 3直線

$$l_1: y = -x + a$$

$$l_2: y = \frac{1}{2}x + b$$

$$l_3: y = x + 1$$

で囲まれる図形を D とする. ただし, 3直線が1点で交わるときは, その交点を D とする. また, 連立不等式

$$\begin{cases} |x| \leq 2 \\ |y| \leq 2 \end{cases}$$

の表す領域を R とする.

(1) $a = 1$ のとき, 領域 D が領域 R に含まれるような b の値の範囲は,

$$\boxed{13} \leq b \leq \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}} \text{ である.}$$

(2) 直線 l_1 と l_2 の交点が直線 $y = x$ 上にあるとき, 領域 D の面積は

$$\frac{\boxed{16}}{\boxed{17}} \text{ である.}$$

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ.

関数 $f(x) = |x - 1| - 2|x - 2| + |x - 3|$ について考える.

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ.
- (2) 関数 $y = f(x) + f(x - 2)$ のグラフをかけ.
- (3) 定数 k が $0 < k < 2$ を満たすとき, 関数 $y = f(x) + f(x - 2)$ のグラフと直線 $y = k$ で囲まれる3つの部分のうち, 直線 $y = k$ より上にある2つの部分の面積の和と下にある1つの部分の面積が等しくなる k の値を求めよ.

[計算用余白]

4

解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

実数 a に対して、次の無限級数を考える.

$$\frac{1}{e^{2a}} + \frac{a}{e^{2a}} + \frac{a^2}{e^{2a}} + \cdots + \frac{a^{n-1}}{e^{2a}} + \cdots$$

ただし、 e は自然対数の底とする.

- (1) この無限級数が収束する a の値の範囲を求めよ.
- (2) (1)で求めた範囲の a に対し、この無限級数の和 S を求めよ.
- (3) 実数 a が(1)で求めた範囲を動くとき、この無限級数の和 S の最大値、最小値を求めよ. ただし、存在しないときはそのように答えよ.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

a, b は定数とする. 関数

$$f(x) = a \cos x + b \sin x + 1$$

について, 以下の問に答えよ.

(1) 定積分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ を求めよ.

(2) 定積分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x f(x) dx$ を求めよ.

(3) すべての定数 p, q に対して

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (px + q) f(x) dx = 0$$

が成立するような a, b の値を求めよ. また, このとき $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \{f(x)\}^2 dx$ を求めよ.

[計算用余白]

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－), 数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。