

数学

注意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること、指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること、問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

〔計算用余白〕

1

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

3次多項式

$$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

が、条件

(i) $p(x)$ は 2 次多項式 $x^2 + 2x + 4$ で割り切れる,

(ii) 関数 $y = p(x)$ は $x = -\frac{2}{3}$ で極値をとる,

を満たすならば $a = \boxed{1} \boxed{2}$, $b = \boxed{3} \boxed{4}$, $c = \boxed{5} \boxed{6} \boxed{7}$ である.

〔計算用余白〕

J

2

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

2つの関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = -e^{3x} + 9e^{2x} - 15e^x$$

$$g(x) = 2e^{2x} - 5e^x$$

で定義する。

(1) 関数 $f(x)$ は $x = \log \boxed{8}$ のとき, 最大値 $\boxed{9} \boxed{10}$ をとる.

(2) 不等式 $f(x) \geq g(x)$ の解は, $\log \boxed{11} \leq x \leq \log \boxed{12}$ である.

(3) 曲線 $y = f(x)$ および $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}$ である.

〔計算用余白〕

3 解答を解答用紙(その2)の**3**欄に記入せよ.

xy 平面上の直線 $y = x$ を ℓ とし、また x 軸上に点

$$P_1(1, 0), P_2\left(\frac{1}{4}, 0\right), \dots, P_n\left(\frac{1}{4^{n-1}}, 0\right), \dots$$

をとる。このとき、2次関数のグラフで

- (i) 点 P_n および P_{n+1} を通り、
 - (ii) 直線 ℓ と第1象限で接する
- ものを $C_n, n = 1, 2, \dots$ とする。

(1) 放物線 C_1 の方程式を求めよ。

(2) 放物線 C_1 と x 軸で囲まれる部分の面積 S_1 を求めよ。

(3) 放物線 C_n と x 軸で囲まれる部分の面積を $S_n, n = 1, 2, \dots$ とするとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を求めよ。

[計算用余白]

4

解答を解答用紙(その3)の4欄に記入せよ.

2つの曲線

$$C_1: y = 2 \sin x - \tan x \quad \left(0 \leqq x < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$C_2: y = 2 \cos x - 1 \quad \left(0 \leqq x < \frac{\pi}{2} \right)$$

について、以下に答えよ。

(1) C_1 と C_2 の交点の座標を求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

関数

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 2x + 2}$$

について、増減、極値、グラフの凹凸、変曲点の x 座標および極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} y$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ を調べ、そのグラフの概形をかけ。ただし、変曲点の y 座標は求めなくてよい。

[計算用余白]

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の

| |
|---|
| 1 |
| 2 |
| 3 |

 などには、特に指示がないかぎり、符号(-), 数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例

| |
|---|
| 1 |
| 2 |
| 3 |

 に -83 と答えたいとき

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | a | b | c | d |
| 2 | - | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | a | b | c | d |
| 3 | - | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | a | b | c | d |

なお、同一の問題文中に

| |
|---|
| 1 |
| 2 |
| 3 |

 などが2度以上現れる場合、2度目以降は、

| |
|---|
| 1 |
| 2 |
| 3 |

 のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、

| | |
|---|---|
| 4 | 5 |
| 6 | |

 に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、

| |
|---|
| 7 |
| 8 |

 に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、

| |
|----|
| 9 |
| 10 |

 に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、

| | | | |
|----|---|----|-------------|
| 11 | + <td>12</td> <td>$\sqrt{13}$</td> | 12 | $\sqrt{13}$ |
| 14 | | | |

 に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。