

# 数学

## 注意

1. 問題は全部で 5 題あり、冊子は計算用の余白もあわせて 12 ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題 4, 5 の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子は開いてはならない。

(計算用余白)

(計算用余白)

1

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

ベクトル  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  について、それぞれの大きさが  $|\vec{a}| = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ ,  $|\vec{b}| = \frac{2}{3}$  で、なす角の大きさが  $\frac{1}{6}\pi$  であるとする。

$$(1) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\boxed{1} + \boxed{2} \sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{4}}$$

$$(2) \quad (2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = \frac{\boxed{5} + \boxed{6} \sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{8}}$$

$$(3) \quad |2\vec{a} - 3\vec{b}| = \sqrt{\boxed{9}}$$

## 〔計算用余白〕

（計算用余白）

2

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

2個のサイコロを使って、次のようなゲームを行う。

あらかじめサイコロを振る最大の回数  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を決めておく。

2個のサイコロを同時に振る。2個のサイコロの目が異なるときにはその時点でゲームを終了し、2個のサイコロの目が等しいときにはもう一度サイコロを振る。これを、2個のサイコロの目が異なるか、あるいは振った回数が  $n$  に達するまで続ける。 $k$  回目 ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) に初めて異なる目が出たときの得点を

$$2^{k-1} \times (\text{2個のサイコロの目の和})$$

と定める。 $n$  回すべてにおいて2個のサイコロの目が等しいときには得点は0とする。

(1)  $n = 1$  のとき、得点が0以外である確率は  $\frac{10}{11}$  である。

$$\frac{10}{11}$$

(2)  $n = 1$  のとき、得点の期待値は  $\frac{12}{14} + \frac{13}{14}$  である。

$$\frac{12}{14} + \frac{13}{14}$$

(3) サイコロを振る最大の回数が  $n$  あるときの得点の期待値を  $E_n$  とすると、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = \frac{15}{17} + \frac{16}{17}$$

(計算用余白)

3

解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

$$(1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \boxed{18}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx = \boxed{19}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x \, dx = -\boxed{20} + \frac{\boxed{21}}{\boxed{22}} \pi^2$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^3 \cos x \, dx = \boxed{23}$$

(2)  $b, c$  を定数とする. 2次関数  $f(x) = x^2 + bx + c$  が, すべての1次関数  $g(x)$  に対して

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) g(x) \cos x \, dx = 0$$

を満たすならば,

$$b = \boxed{24}, \quad c = \boxed{25} - \frac{\boxed{26}}{\boxed{27}} \pi^2$$

である.

(計算用余白)

4

解答を解答用紙(その2)の 4 欄に記入せよ.

実数  $a$  に対し,  $x$  軸上の点  $P(a, 0)$  と  $y$  軸上の点  $Q(0, a^2)$  を考える.

- (1)  $a \neq 0$  のとき, 2点  $P, Q$  を通る直線  $\ell_a$  の方程式を求めよ.
- (2)  $a$  が  $a \neq 0$  の範囲を動くとき, (1)の直線  $\ell_a$  の通る  $xy$  平面上の範囲を求め,  
これを図示せよ.

(計算用余白)

5

解答を解答用紙(その3)の 5 欄に記入せよ.

関数

$$y = \log(x^2 - 2x + 5)$$

の増減, 極値, グラフの凹凸, 変曲点を調べ, そのグラフをかけ.

(計算用余白)





### マーク・シート記入上の注意

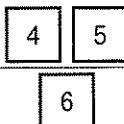
- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の  1,  2,  3 などには、特に指示がないかぎり、符号 (-), 数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の 1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例  1  2  3 に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="checkbox"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	-	<input type="checkbox"/>	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="checkbox"/>	9	a	b	c	d
3	-	<input type="checkbox"/>	1	2	<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に  1,  2,  3 などが 2 度以上現れる場合、2 度目以降は、 1,  2,  3 のように細字で表記する。

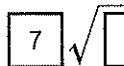
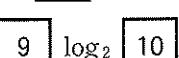
- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

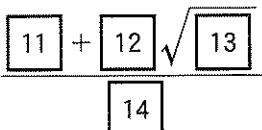
例えば、 に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$  として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$  のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  のように答えてはいけない。また、 に  $6\log_2 3$  と答えるところを、 $3\log_2 9$  のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 に  $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$  のように答えてはいけない。