

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題2，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない。
5. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

[計算用余白]

(計算用余白)

1 解答を解答用紙(その1)の 1 欄に記入せよ。結果のみを記すこと。

(1) 等比数列

$$2, -\frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \dots$$

の第 n 項を a_n とおく。このとき a_n を n で表すと $a_n = \boxed{\text{ア}}$ 、また

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \boxed{\text{イ}}$$
 である。

$$(2) \int_0^{\log 2} (e^x + e^{-x})^2 dx = \boxed{\text{ウ}}$$

(計算用余白)

2 解答を解答用紙(その1)の 2 欄に記入せよ.

円 $x^2 + y^2 = 1$ を C_1 , 円 $(x - a)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ を C_2 とする.

- (1) 円 C_1 と C_2 が共有点をもたないような a の値の範囲を求めよ.
- (2) 円 C_1 の, 点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ における接線を ℓ とする. 直線 ℓ の方程式を求めよ.
- (3) 円 C_2 が(2)で求めた接線 ℓ と接するような a の値を求めよ. ただし, a は(1)で求めた範囲にあるものとする.
- (4) a が(3)で求めた値をとるとき, 円 C_1, C_2 の両方に接する直線をすべて求めよ.

(計算用余白)

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ。結果のみを記すこと。

一つのさいころを投げ、出る目によって、数直線上の点Pを次のように動かす。出る目が偶数のときには、その数だけPを正の方向に、また、出る目が奇数のときには、その数だけPを負の方向に動かす。ただし、点Pは最初は原点にあるものとする。このとき

- (1) さいころを2回投げるとき、点Pの座標が3となる確率は .
- (2) さいころを3回投げるとき、点Pが原点に戻る確率は .
- (3) さいころを7回投げるときの、点Pの座標の期待値は .

(計算用余白)

4 解答を解答用紙(その2)の 4 欄に記入せよ.

放物線 $y = 1 - x^2$ を C とし, C 上に点 $P(a, 1 - a^2)$ をとる.

- (1) 点 P における, 放物線 C の接線 l の方程式を求めよ.
- (2) $0 < a < 1$ のとき, 放物線 C , 接線 l および y 軸で囲まれる部分の面積を S_1 , 放物線 C , 接線 l および x 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とし, $S = S_1 + S_2$ とおく. このとき, S を a を用いて表せ.
- (3) a が $0 < a < 1$ の範囲を動くときの, S の最小値を求めよ.

(計算用余白)

5 解答を解答用紙(その3)の 5 欄に記入せよ.

曲線 $y = \cos x + 3$ 上に点 $P(t, \cos t + 3)$ をとる.

- (1) 点 P を通り, 点 P における $y = \cos x + 3$ の接線に直交する直線を l とする. 直線 l の方程式を求めよ.
- (2) 直線 l と x 軸との交点を Q とする. 点 Q の x 座標を t を用いて表せ.
- (3) 点 P が, 曲線 $y = \cos x + 3$ 上の, 点 $\left(-\frac{\pi}{2}, 3\right)$ から点 $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ までの範囲を動くとき, 点 Q は x 軸上のどの範囲を動くか.

(計算用余白)

