数　　　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである.
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること.（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること. 指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない.
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない.
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない.
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること. 問題冊子は持ち帰ってよい.

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること. ただし，冊子を開いてはならない.

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{1}$ 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

等式

$$m^2 - n^2 - 5m - n + 18 = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす自然数の組 (m, n) について考える. ①は

$$\left(m + n - \boxed{1}\right)\left(m - n - \boxed{2}\right) = -\boxed{3}\boxed{4}$$

と変形できるので, 自然数の組 (m, n) は

$$\left(\boxed{5},\ \boxed{6}\right),\quad \left(\boxed{7},\ \boxed{8}\right),\quad \left(\boxed{9},\ \boxed{10}\right)$$

に限られる. ここで, $\boxed{5} < \boxed{7} < \boxed{9}$ が成り立つものとする.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{2}$ **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

ある細菌は，1個が1分後に0，1，2個のいずれかになり，その確率はすべて等しく $\frac{1}{3}$ であるという．また，はじめに細菌は1個であり，この細菌が複数個ある場合，各細菌は他と無関係に変化するものとする．

(1) この細菌が2分後に1個になる確率は，1分後に1個である場合と2個である場合に分けて考えると，$\dfrac{\boxed{11}}{\boxed{12}\boxed{13}}$ となる．同様に，2分後に2個になる確率は $\dfrac{\boxed{14}}{\boxed{15}}$，3個になる確率は $\dfrac{\boxed{16}}{\boxed{17}\boxed{18}}$，4個になる確率は $\dfrac{\boxed{19}}{\boxed{20}\boxed{21}}$ である．

(2) この細菌が3分後に6個になる確率は $\dfrac{\boxed{22}\boxed{23}}{\boxed{24}\boxed{25}\boxed{26}\boxed{27}}$ である．

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{3}$ **解答を解答用紙(その2)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

xyz 空間内の2点 A$(-1, 3, 3)$, B$(3, 5, 1)$ に対して, 以下の問に答えよ.

(1) 直線ABに x 軸上の点 U$(u, 0, 0)$ から垂線を下ろし, 直線ABとの交点をHとする. このとき, 点Hの座標を u を用いて表せ.

(2) $\triangle$UABの面積を S とする. 点Uが x 軸上を動くとき, 面積 S が最小になる点Uの座標と, そのときの S の値を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ **解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.**

t を $0<t<\sqrt{2}$ を満たす実数として，xy 平面上の直線

$$\ell : x=t,$$

および中心 $(0,2)$，半径 $\sqrt{2}$ の円

$$C : x^2+(y-2)^2=2$$

を考える．原点を O，直線 ℓ と x 軸の交点を P とし，直線 ℓ と円 C の 2 つの交点のうち，y 座標が小さい方を Q，大きい方を R とする．

(1) $\tan\angle\mathrm{POQ}$，$\tan\angle\mathrm{POR}$ を t を用いて表せ．

(2) $\tan\angle\mathrm{QOR}$ を t を用いて表せ．

(3) t が $0<t<\sqrt{2}$ の範囲を動くとき，$\angle\mathrm{QOR}$ が最大になる t の値とそのときの $\angle\mathrm{QOR}$ の値を求めよ．

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{5}$ **解答を解答用紙(その４)の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.**

曲線 $y=e^x$ を考える. 原点を $\mathrm{P}_0(0,0)$とし, P_0 からこの曲線に引いた接線の接点を $\mathrm{T}_1(a_1, b_1)$, 点 T_1 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $\mathrm{P}_1(a_1, 0)$ とする. 次に, P_1 からこの曲線に引いた接線の接点を $\mathrm{T}_2(a_2, b_2)$, 点 T_2 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $\mathrm{P}_2(a_2, 0)$ とする. 以下同様に $n=3, 4, \cdots$ に対して, 点 $\mathrm{T}_n(a_n, b_n)$, $\mathrm{P}_n(a_n, 0)$ を定める.

(1) 接点 T_1 の座標 (a_1, b_1) を求めよ.

(2) $n=2, 3, 4, \cdots$ に対して, 接点 T_n の座標 (a_n, b_n) を求めよ.

(3) $n=1, 2, 3, \cdots$ に対して, ２直線 $\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{T}_{n-1}$, $\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{T}_n$ および曲線 $y=e^x$ で囲まれる領域の面積 S_n を求めよ. ただし, T_0 は点 $(0, 1)$ とする.

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{e^N}\sum_{n=1}^{N} S_n\right)$ を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること．

2　問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(０～９)又は文字(ａ～ｄ)が入る．１，２，３，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の１，２，３，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に －83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する．

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない．

例えば，$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えよ．

また，それ以上約分できない形で答えること．

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけない．

4　根号あるいは対数を含む形で解答する場合は，根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

例えば，$\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない．また，$\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを，$3\log_2 9$ のように答えてはいけない．

5　分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{11}+\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない．