

## 数 学

## 注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

2つの袋 A, B があり, A には赤玉 5 個と白玉 4 個, B には赤玉 3 個と白玉 3 個が入っている。

(1) 袋 A, B からそれぞれ 2 個ずつ同時に玉を取り出すとき, 4 個のうち少なくとも 1 個が白玉である確率は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}}{\quad} \text{である.}$$

(2) どちらかの袋を無作為に選び, その袋から同時に玉を 2 個取り出すとき, 取り出した玉が 2 個とも赤玉である確率は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array}}{\quad} \text{である.}$$

(3) どちらかの袋を無作為に選び, その袋から同時に玉を 2 個取り出す. 取り出した玉が 2 個とも赤玉であったとき, 選んだ袋が A である条件付き確率は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 10 & 11 \\ \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}}{\quad} \text{である.}$$

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

関数

$$f(x) = \left( \log \frac{x}{\sqrt{e}} \right) \left( \log \frac{x^2}{e^4} \right)$$

について、以下の問に答えよ。

(1)  $f'(x) = \frac{1}{x} \left( \boxed{14} \log x - \boxed{15} \right)$  であり、

$f''(x) = \frac{1}{x^2} \left( \boxed{16} \boxed{17} \log x + \boxed{18} \right)$  である。

(2) 関数  $f(x)$  は  $x = e^{\frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}}$  で最小値  $\frac{\boxed{21} \boxed{22}}{\boxed{23}}$  をとる。

(3) 曲線  $y = f(x)$  の変曲点は  $\left( e^{\frac{\boxed{24}}{\boxed{25}}}, \frac{\boxed{26}}{\boxed{27}} \right)$  である。

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ。

角  $B_1$  が直角である直角三角形  $OA_1B_1$  において、 $OB_1 = 1$  であるとする。

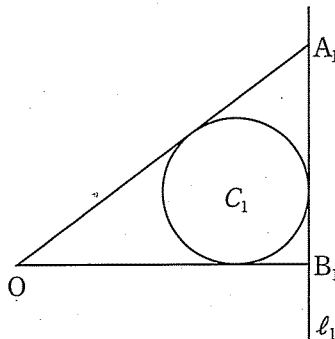
まず、 $\triangle OA_1B_1$  の内接円を  $C_1$  とし、直線  $A_1B_1$  を  $l_1$  とする。

円  $C_1$  の接線で、辺  $OB_1$  に垂直なものは2本ある。そのうち  $l_1$  と異なるものを  $l_2$  とする。また、 $l_2$  と  $OA_1$ 、 $OB_1$  との交点をそれぞれ  $A_2$ 、 $B_2$  とし、 $\triangle OA_2B_2$  の内接円を  $C_2$  とする。

同様に  $n = 3, 4, \dots$  に対して、直線  $l_n$ 、点  $A_n$ 、 $B_n$ 、円  $C_n$  を順に定めていく。つまり、円  $C_{n-1}$  の接線で、辺  $OB_1$  に垂直なものは2本ある。そのうち  $l_{n-1}$  と異なるものを  $l_n$  とする。また、 $l_n$  と  $OA_1$ 、 $OB_1$  との交点をそれぞれ  $A_n$ 、 $B_n$  とし、 $\triangle OA_nB_n$  の内接円を  $C_n$  とする。

円  $C_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の半径を  $r_n$  とするとき、以下の間に答えよ。

- (1)  $r_2$  を  $r_1$  を用いて表せ。
- (2)  $\frac{r_3}{r_2}$  を  $r_1$  を用いて表せ。
- (3)  $\frac{r_{n+1}}{r_n}$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) を  $r_1$  を用いて表せ。
- (4)  $r_n$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) を  $r_1$  を用いて表せ。
- (5) 円  $C_n$  の面積を  $S_n$  とするとき、 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  の値を  $r_1$  を用いて表せ。





[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

$z$  を実数でない複素数とする. 複素数平面上の3点  $A(z)$ ,  $B(z^2)$ ,  $C(z^3)$  について, 次の問に答えよ.

- (1)  $AB = BC$  が成り立つような  $z$  はどのような図形を描くか. 複素数平面上に図示せよ.
- (2)  $AC = BC$  が成り立つような  $z$  はどのような図形を描くか. 複素数平面上に図示せよ.
- (3)  $\triangle ABC$  が正三角形となるような  $z$  の値をすべて求めよ. また, そのときの  $\triangle ABC$  を複素数平面上に図示せよ.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

2曲線

$$C_1: y = |\cos x| \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

$$C_2: y = \cos \frac{x}{2} \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

で囲まれる図形を  $D$  とする.

- (1) 図形  $D$  を図示せよ.
- (2) 図形  $D$  の面積を求めよ.
- (3) 図形  $D$  を  $x$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ.

[計算用余白]





マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の  $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  などには、特に指示がないかぎり、符号(−)、数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例  $\boxed{1}$   $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  に  $-83$  と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d	
2	<input type="radio"/> −	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input checked="" type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
3	<input type="radio"/> −	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input checked="" type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d

なお、同一の問題文中に  $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$  のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$  に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$  に  $6 \log_2 3$  と答えるところを、 $3 \log_2 9$  のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$  に  $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$  のように答えてはいけない。