数　　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．(ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている.)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい．

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子を開いてはならない．

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{1}$ **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

αを2次方程式 $x^2-5x-1=0$ の正の解とする. このとき

$$\alpha-\frac{1}{\alpha}=\boxed{1},\quad \alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=\boxed{2}\boxed{3}$$

である. よって,

$$\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)^2=\boxed{4}\boxed{5}$$

となる. これから,

$$\alpha^3-\frac{1}{\alpha^3}=\boxed{6}\boxed{7}\boxed{8},\quad \alpha^3+\frac{1}{\alpha^3}=\boxed{9}\boxed{10}\sqrt{\boxed{11}\boxed{12}}$$

となる.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{2}$ 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

a, a, a, a, o, o, y, y, m の9個の文字がある. この中から6個を続けて選んで, 選んだ順に左から並べる.

(1) a, o, y, a, m, a と並ぶ確率は $\dfrac{\boxed{13}}{\boxed{14}\boxed{15}\boxed{16}}$ である.

(2) 選んだ文字が2種類である確率は $\dfrac{\boxed{17}}{\boxed{18}\boxed{19}}$, 3種類である確率は $\dfrac{\boxed{20}\boxed{21}}{\boxed{22}\boxed{23}}$, 4種類である確率は $\dfrac{\boxed{24}\boxed{25}}{\boxed{26}\boxed{27}}$ である.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{3}$ **解答を解答用紙(その2)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

空間内に, 5点 A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(−1, 0, 0), D(0, −1, 0), T(0, 0, 1) がある. 正方形ABCDを底面とする正四角錐T-ABCDを考える. k を $0<k<1$ を満たす実数として, 線分AB, ADを $k:1-k$ に内分する点をそれぞれM, Nとする.

(1) 2点M, Nおよびこれらの中点Lの座標を k を用いて表せ.

(2) 直線ATに平行で2点M, Nを通る平面を α とし, α と線分BT, CT, DTの交点をそれぞれP, Q, Rとする. 点P, Q, Rの座標を k を用いて表せ.

(3) 線分LQの長さを k を用いて表せ.

(4) 五角形MPQRNの面積を k を用いて表せ.

(5) 五角形MPQRNの面積が最大となる k の値, およびそのときの面積を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ **解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.**

(1) 関数

$$f(x)=\frac{1}{\sin x}+4\sin x \quad (0<x<\pi)$$

の増減を調べて，グラフの概形を描け．ただし，凹凸は調べなくて良い．

(2) k を実数の定数とする．次の方程式の異なる実数解の個数を求めよ．

$$2\cos 2x+k\sin x=3 \quad (0<x<\pi)$$

〔計 算 用 余 白〕

5 解答を解答用紙(その4)の **5** 欄に記入せよ.

$n=1,2,3,\cdots$ に対して $I_n=(-1)^{n-1}\int_0^1 \dfrac{x^{2(n-1)}}{x^2+1}\,dx$ とおく.

(1) I_1 の値を求めよ.

(2) I_n-I_{n+1} ($n=1,2,3,\cdots$) の値を n を用いて表せ.

(3) $\dfrac{1}{x^2+1}\leqq 1$ を用いて $|I_n|\leqq\dfrac{1}{2n-1}$ ($n=1,2,3,\cdots$) を示せ.

(4) 極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}\right)$ を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること．

2　問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−)，数字(0～9)又は文字(a～d)が入る．1，2，3，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
3	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する．

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない．

例えば，$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えよ．

また，それ以上約分できない形で答えること．

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけない．

4　根号あるいは対数を含む形で解答する場合は，根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

例えば，$\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない．また，$\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを，$3\log_2 9$ のように答えてはいけない．

5　分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{11}+\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない．