

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。(ただし、マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。)
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3, 4, 5の解答については、論述なしで結果だけ記しても、正解とはみなさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

A, B, Cの3人が, 最初Aは赤色の箱, B, Cは白色の箱をもって並んでいる. 表, 裏の出る確率が等しい硬貨を投げて, 表が出るとAとBが箱を交換し, 裏が出るとBとCが箱を交換するという操作を繰り返す.

- (1) 硬貨を2回投げるとき, A, B, Cが赤い箱をもっている確率は, それぞれ

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}, \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}, \frac{\boxed{5}}{\boxed{6}} \text{ である.}$$

- (2) 硬貨を3回投げるとき, A, B, Cが赤い箱をもっている確率は, それぞれ

$$\frac{\boxed{7}}{\boxed{8}}, \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}}, \frac{\boxed{11}}{\boxed{12}} \text{ である.}$$

- (3) 硬貨を4回投げるとき, Aが赤い箱をもっている確率は $\frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}$ である.

- (4) 硬貨を5回投げるとき, Aが赤い箱をもっている確率は $\frac{\boxed{15} \ \boxed{16}}{\boxed{17} \ \boxed{18}}$ である.

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

xyz 空間内に, 8点

$$O(0, 0, 0), \quad A(3, 0, 0), \quad B(3, 3, 0), \quad C(0, 3, 0),$$

$$D(0, 0, 6), \quad E(3, 0, 6), \quad F(3, 3, 6), \quad G(0, 3, 6)$$

がある. 4点B, C, D, Eを通る平面を α , 3点A, D, Fを通る平面を β とする. また, 3平面 α , β および $x=3$ の共有点をHとする. 2点D, Hを通る直線は, 2平面 α , β の交線である.

直方体OABC-DEFGを平面 α と平面 β で切ると4個の立体ができる. そのうち頂点Oを含むものをVとする. Vを平面 $y=1$ で切った切り口の面積を以下の手順で求める.

(1) 点Hの座標は $\left(\boxed{19}, \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}}, \boxed{22} \right)$ である.

(2) 平面 $y=1$ と直線AHの交点の座標は $\left(\boxed{23}, 1, \boxed{24} \right)$ である.

(3) 線分DH上の点Pの位置ベクトルは $\vec{OP} = \vec{OD} + k\vec{DH}$ ($0 \leq k \leq 1$) と表

すことができる. Pが平面 $y=1$ と線分DHの交点となるのは, $k = \frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$ の

ときで, その座標は $\left(\boxed{27}, 1, \boxed{28} \right)$ である.

(4) 立体Vを平面 $y=1$ で切った切り口の面積は $\boxed{29} \boxed{30}$ である.

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ.

0でない複素数 z に対し, $w = z + \frac{4}{z}$ とする.

- (1) z が複素数平面上で円 $|z| = 1$ 上を動くとき, w が複素数平面上で描く図形を図示せよ.
- (2) w が実数となるような z 全体が表す複素数平面上の図形を図示せよ.
- (3) z が(2)で求めた図形上にあつて, かつ $|z - 2| \leq 4$ であるとき, $|z - 3 - 4i|$ の最大値を求めよ.

[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

数列 $\{a_n\}$ が, 条件 $a_1 = \frac{5}{2}$, $a_{n+1} = 4 - \frac{3}{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって
定まれているとする. このとき, 次の間に答えよ.

- (1) すべての n に対して $2 < a_n < 3$ であることを示せ.
- (2) $x_n = \frac{1}{3 - a_n}$ とおくと, 数列 $\{x_n\}$ の満たす漸化式を求めよ. また, その
一般項を求めよ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

関数 $f_n(x)$, $F_n(x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を

$$f_0(x) = \log x, \quad f_n(x) = \frac{\log x}{x^n} \quad (n \geq 1),$$

$$F_n(x) = \int_1^x f_n(t) dt \quad (n \geq 0)$$

によって定めるとき, 次の問に答えよ.

(1) $F_0(x)$, $F_1(x)$ を求めよ.

(2) $n \geq 2$ のとき, $f_{n-1}(x)$ の導関数 $f'_{n-1}(x)$ を $f_n(x)$ を用いて表せ.

(3) $n \geq 2$ のとき, $F_n(x)$ を求めよ.

[計算用余白]





マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。