数　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている．）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい．

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子は開いてはならない．

[計 算 用 余 白]

[計算用余白]

$\boxed{1}$ **解答を解答用紙（その１）に記入せよ．**

１枚の硬貨を７回投げるとき，表が続いて出る回数の最大値を X とする．たとえば，裏表表表裏表表であれば $X=3$ である．

(1) $X=5$ となる確率は $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}\,\boxed{3}\,\boxed{4}}$ である．

(2) $X=4$ となる確率は $\dfrac{\boxed{5}}{\boxed{6}\,\boxed{7}}$ である．

(3) $X=3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{8}\,\boxed{9}}{\boxed{10}\,\boxed{11}\,\boxed{12}}$ である．

［計算用余白］

$\boxed{2}$ **解答を解答用紙（その1）に記入せよ．**

平面上に，$\angle AOB = \dfrac{\pi}{2}$，$OA = 2$，$OB = 3$ であるような三角形 OAB がある．辺 AB の中点を M とする．三角形 ABP が正三角形になるように，直線 AB に関して点 O の反対側に点 P をとる．このとき，

(1) $\overrightarrow{OM} = \dfrac{\boxed{13}}{\boxed{14}}\overrightarrow{OA} + \dfrac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\overrightarrow{OB}$ である．

(2) 点 O から辺 AB に垂線を下ろし，辺 AB との交点を H とすると，

$$\overrightarrow{OH} = \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}\boxed{19}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}\boxed{22}}\overrightarrow{OB}$$

である．

(3) $MP = \dfrac{\sqrt{\boxed{23}\boxed{24}}}{\boxed{25}}$ で，$\overrightarrow{MP}$ と $\overrightarrow{OH}$ とが平行であることに注意すると，

$$\overrightarrow{MP} = \frac{\boxed{26}\sqrt{\boxed{27}}}{\boxed{28}}\overrightarrow{OA} + \frac{\sqrt{\boxed{29}}}{\boxed{30}}\overrightarrow{OB}$$

である．

[計 算 用 余 白]

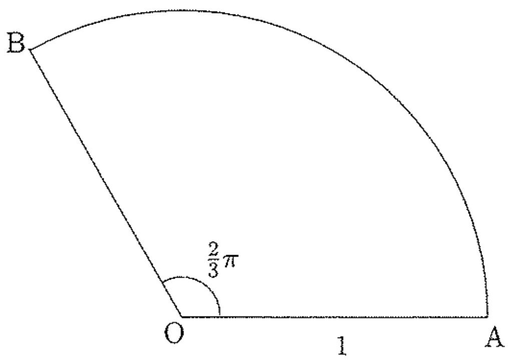
$\boxed{3}$ **解答を解答用紙（その2）の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

下図のように，点Oを中心とし，半径が1で中心角が $\dfrac{2}{3}\pi$ の扇形OABがある．θ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{3}$ を満たす角として，弧AB上に，$\angle\mathrm{AOP} = \theta$, $\angle\mathrm{BOQ} = \theta$ を満たす点P, Qをとる．また，点Pから線分OAに垂線を下ろし，線分OAとの交点をRとする．点Qから線分OBに垂線を下ろし，線分OBとの交点をSとする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) 三角形OPRの面積を θ を用いて表せ．

(2) 三角形OPQの面積を θ を用いて表せ．

(3) θ が $0 < \theta < \dfrac{\pi}{3}$ の範囲を動くとき，五角形ORPQSの面積の最大値を求めよ．



[計算用余白]

$\boxed{4}$ **解答を解答用紙（その3）の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ．**

次の問に答えよ．

(1) $y = \log x$ のグラフをもとにして，$y = \log(3-x)$ と $y = \log\dfrac{4}{x+2}$ のグラフをかけ．

(2) 曲線 $y = \log(3-x)$ と曲線 $y = \log\dfrac{4}{x+2}$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

[計算用余白]

$\boxed{5}$ **解答を解答用紙（その 4）の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.**

行列 A, E, O を

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},\ E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

で定め，行列 A の表す 1 次変換を f とする．また，行列 $A-E$ の逆行列が存在しないとする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) 等式 $A^2-(a+d)A+(a+d-1)E=O$ が成り立つことを示せ．

(2) 点 P を平面上の任意の点とする．1 次変換 f による点 P の像を Q とし，f による点 Q の像を R とすると，3 点 P, Q, R は一直線上にあることを示せ．

[計算用余白]