

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし，冊子は開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

θ についての方程式

$$\sin^2 \theta (\sin \theta + 1) = k \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

を考える.

(1) ①が $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲でただ1つの解をもつような定数 k の値の範囲

は $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2} \boxed{3}} < k \leq \boxed{4}$ である.

(2) ①が $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲で異なる2つの解をもつような定数 k の値の範囲

は $\boxed{5} < k \leq \frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$ である.

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

10円硬貨3枚と100円硬貨3枚を同時に投げて、表の出た10円硬貨の枚数を X 、表の出た100円硬貨の枚数を Y とし、 X と Y の大きい方を Z とする。ただし、 X と Y が等しいときは $Z = X$ とする。

(1) $X \leq 1$ である確率は $\frac{\boxed{8}}{\boxed{9}}$ である。

(2) $Z \leq 1$ である確率は $\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である。

(3) $Z = 3$ である確率は $\frac{\boxed{12} \boxed{13}}{\boxed{14} \boxed{15}}$ である。

(4) Z の期待値は $\frac{\boxed{16} \boxed{17}}{\boxed{18} \boxed{19}}$ である。

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ.

x, y, z, a を実数とする. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ x & y \end{pmatrix}$ について,

$$B = A + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

で定めた行列 B が

$$B^2 = A^2 + \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 0 & z \end{pmatrix}$$

を満たしている. このとき, x, y, z の値を求めよ.

[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

Oを原点とする座標空間に, 2点 $A(-1, 0, 1)$, $B(a, b, 0)$ がある. 線分 OA 上に点 P をとり, $t = \frac{OP}{OA}$ とする. このとき, $0 \leq t \leq 1$ である.

- (1) 点 P の座標を t を用いて表せ.
- (2) 点 P が線分 OA 上を動くとき, 線分 PB の長さの最小値を求めよ.
- (3) (2) で求めた最小値が 1 となるような点 (a, b) 全体が作る図形を, 座標平面上に図示せよ.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

$a > 1$ とする. 関数

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x + a}$$

について, 次の間に答えよ.

- (1) $y = f(x)$ のグラフは変曲点をただ1つもつ. この変曲点の座標を a を用いて表せ.
- (2) (1) で求めた変曲点を通り, y 軸に平行な直線を ℓ とする. $y = f(x)$ のグラフと x 軸, y 軸および直線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を a を用いて表せ.
- (3) 極限 $\lim_{a \rightarrow \infty} S$ を求めよ.

[計算用余白]

