数　　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている．）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない．
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない．
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい．

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子を開いてはならない．

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{1}$ **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

小数第1位までで表される正数 X, Y に対して, m, n を

$$X - 0.4 \leqq m \leqq X + 0.5, \quad Y - 0.4 \leqq n \leqq Y + 0.5 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす0以上の整数とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) $X = 2.6$ のとき $m = \boxed{1}$ であり, $Y = 4.3$ のとき $n = \boxed{2}$ である.

(2) 関係式①を満たす X, Y, m, n に対して, さらに関係式

$$\begin{cases} 5X - 4Y = 22.2 & \cdots\cdots ② \\ 2m + 3n = 26 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

が成立するという. X, Y, m, n を求めよう.

関係式③を満たす0以上の整数 m, n のうちで, 対応する X, Y が関係式②を満たすのは $m = \boxed{3}$, $n = \boxed{4}$ である. このとき,

$$X = \boxed{3} + \frac{x}{10}, \quad Y = \boxed{4} + \frac{y}{10}$$

とすると, $5x - 4y = \boxed{5}\boxed{6}$ が成り立つ.

以上のことから, $x = \boxed{7}$, $y = \boxed{8}\boxed{9}$ となる.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{2}$ 解答を解答用紙(その１)に記入せよ.

四角形ABCDが円に内接しており，４辺の長さが

$$AB = 2, \quad BC = 1, \quad CD = DA = \sqrt{6}$$

である.

(1) $\angle BAD = \theta$ とおくと，$\angle BCD = \pi - \theta$ であることから

$$BD = \boxed{10}\sqrt{\boxed{11}}, \qquad \cos\theta = \frac{\sqrt{\boxed{12}}}{\boxed{13}\,\boxed{14}}$$

となる．さらに，$\overrightarrow{BA}$ と $\overrightarrow{BD}$ の内積は $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD} = \boxed{15}$ である.

(2) EをBEが直径となる円周上の点とすると,

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BE} = \boxed{16}, \qquad \overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BE} = \boxed{17}$$

である．したがって,

$$\overrightarrow{BE} = \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}\,\boxed{20}}\overrightarrow{BA} + \frac{\boxed{21}\,\boxed{22}}{\boxed{23}\,\boxed{24}}\overrightarrow{BD}$$

である.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{3}$ **解答を解答用紙(その2)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

xyz 空間に点 A$(0, 0, 1)$ がある. 点 P は以下の条件を満たすとする.

(i) $AP = 2$.

(ii) 点 P の y 座標は 1.

(iii) 線分 AP は xy 平面と交わる. ただし, 点 P が xy 平面上にあるときは, 線分 AP と xy 平面は点 P で交わるものとする.

このとき線分 AP と xy 平面の交点を Q とする. さらに点 P の x 座標を t とするとき, 以下の問に答えよ.

(1) 点 P の z 座標を t を用いて表せ.

(2) t がとりうる値の範囲を求めよ.

(3) 点 Q の座標を $(u, v, 0)$ とするとき, u, v を t を用いて表せ.

(4) t が(2)で求めた範囲を動くとき, 点 (u, v) の軌跡を座標平面上に図示せよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ **解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.**

正方形ABCDを考える. 時刻0で点Pは頂点Aにあり, 1秒ごとにそのときにいる頂点から辺で結ばれた他の2頂点にそれぞれ確率 $\dfrac{1}{4}$ で, 辺で結ばれていない頂点に確率 $\dfrac{1}{2}$ で移動する. $n \geqq 1$ に対して, n 秒後に点Pが頂点A, B, C, Dにある確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n, d_n とする.

(1) a_2, b_2, c_2, d_2 の値を求めよ.

(2) a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1} を a_n, b_n, c_n, d_n を用いて表せ.

(3) $a_n + c_n$ の値を求めよ.

(4) $p_n = a_n - c_n$ とおくとき, p_n を n を用いて表せ.

(5) a_n を n を用いて表せ.

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{5}$ **解答を解答用紙(その４)の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.**

関数 $y = xe^{-x}$ $(x \geqq 0)$ のグラフにおいて，y 座標の値が最大となる点を A，変曲点を B とし，点 B から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を C とする.

(1) 点 A，B の座標を求め，関数 $y = xe^{-x}$ $(x \geqq 0)$ のグラフをかけ．ただし，$\lim_{x \to \infty} xe^{-x} = 0$ であることを用いてよい.

(2) 線分 OA，OB および関数 $y = xe^{-x}$ のグラフの点 A から点 B までの部分で囲まれた図形の面積 S_1 を求めよ．ただし，O は原点である.

(3) S_1 と三角形 OBC の面積 S_2 の大小を比較せよ.

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること．

2　問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−)，数字(0～9)又は文字(a～d)が入る．1，2，3，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に −83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
3	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する．

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない．

例えば，$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えよ．

また，それ以上約分できない形で答えること．

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけない．

4　根号あるいは対数を含む形で解答する場合は，根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

例えば，$\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない．また，$\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを，$3\log_2 9$ のように答えてはいけない．

5　分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{11}+\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない．