

## 数 学

## 注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし，冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

**1** 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

$z = \cos \frac{2}{3} \pi + i \sin \frac{2}{3} \pi$ ,  $w = 2z$  とおく. 1個のサイコロを投げ, 出た目にしたがって下の表のように  $z$ ,  $z^{-1}$ ,  $w$ ,  $w^{-1}$  のいずれかの複素数を選ぶ.

出た目	1	2	3	4	5	6
複素数	$z$	$z$	$z^{-1}$	$w$	$w$	$w^{-1}$

(1) 1個のサイコロを3回投げて選んだ3つの複素数の積が1となる確率は

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{2} \boxed{3}} \text{ である.}$$

(2) 1個のサイコロを3回投げて選んだ3つの複素数の積の絶対値が1となる確率は

$$\text{率は } \frac{\boxed{4}}{\boxed{5} \boxed{6}} \text{ である.}$$

(3) 1個のサイコロを5回投げて選んだ5つの複素数の積が1となる確率は

$$\frac{\boxed{7} \boxed{8}}{\boxed{9} \boxed{10} \boxed{11}} \text{ である.}$$

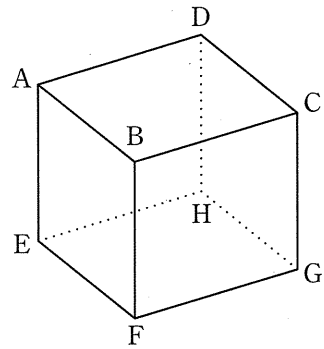
[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

右図のような、1辺の長さが1の立方体 ABCD-EFGH がある.

線分 EF を 2:1 に内分する点を P, 線分 CD の中点を Q とし, 3点 A, P, Q を通る平面を  $\alpha$  とする.

平面  $\alpha$  と直線 FG, CG, GH の交点をそれぞれ R, S, T とする.



(1)  $\vec{FR} = \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}} \vec{FG}$ ,  $\vec{CS} = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}} \vec{CG}$ ,  $\vec{HT} = \frac{\boxed{16}}{\boxed{17}} \vec{HG}$  である.

(2) 三角形 RST の面積は  $\frac{\sqrt{\boxed{18} \boxed{19}}}{\boxed{20} \boxed{21} \boxed{22}}$  である.

[計算用余白]

**3** 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

三角形 ABC の 3 辺の長さは  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $CA = \sqrt{3}$  であるとする.

辺 BC の中点を D とし, 辺 AB 上の点 P と, 辺 AC 上の点 Q を,  $\angle PDQ = \frac{\pi}{3}$  となるようにとる. ただし, この条件を満たす限り, 点 P は頂点 A, B のいずれかに一致してもよく, 点 Q は頂点 A, C のいずれかに一致してもよいものとする.

$\angle BDP = \theta$  とするとき, 以下の間に答えよ.

- (1)  $\theta$  のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) PD, QD の長さを  $\theta$  を用いて表せ.
- (3) 三角形 PDQ の面積  $S$  を  $\theta$  を用いて表せ.
- (4)  $\theta$  が(1)で求めた範囲を動くときの三角形 PDQ の面積  $S$  の最大値と最小値を求めよ.



[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

$F(0, 2)$ ,  $F'(0, -2)$  を焦点とする楕円

$$C: x^2 + \frac{y^2}{5} = 1$$

を考える.

実数  $k$  に対し, 点  $F$  を通る直線

$$y = kx + 2$$

と楕円  $C$  との交点のうち,  $x$  座標が正のものを  $P$ , 負のものを  $Q$  とし, 三角形  $F'PQ$  の面積を  $S$  とする.

- (1) 面積  $S$  を  $k$  を用いて表せ.
- (2)  $k$  が実数全体を動くときの  $S$  の最大値を求めよ. また, この最大値を与えるような  $k$  の値を求めよ.
- (3)  $k$  が(2)で求めた値のとき, 三角形  $F'PQ$  の内接円の半径を求めよ.

[計算用余白]

5

解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

関数  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  について、以下の問に答えよ.

- (1)  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け. 凹凸も調べること.
- (2) 原点を  $O$  とし,  $y = f(x)$  のグラフの変曲点のうち  $x$  座標が正のものを  $P$  とする. 直線  $OP$  と  $y$  軸,  $y = f(x)$  のグラフとで囲まれた図形を  $D$  とする.  $D$  の面積  $S$  を求めよ.
- (3) (2) の図形  $D$  を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ.

[計算用余白]





### マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の  $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  などには、特に指示がないかぎり、符号(一)、数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, ... の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, ... で示された解答欄にマークして答えよ。

例  $\boxed{1}$   $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  に  $-83$  と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
2	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input checked="" type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
3	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input checked="" type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d

なお、同一の問題文中に  $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$  ,  $\boxed{2}$   $\boxed{3}$  のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$  のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$  に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$  に  $6 \log_2 3$  と答えるところを、 $3 \log_2 9$  のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$  に  $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$  のように答えてはいけない。