

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし，冊子を開いてはならない。

〔計算用余白〕

〔計算用余白〕

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

鋭角三角形 OAB の辺 AB の中点 M から辺 OA, OB に垂線を下ろし, 辺 OA, OB との交点をそれぞれ C, D とする. 条件

$$2\vec{OC} = 3\vec{CA}, \vec{OD} = 2\vec{DB}, \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1$$

が成り立つとき,

$$(1) \vec{MC} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2} \boxed{3}} \vec{OA} - \frac{\boxed{4}}{\boxed{5}} \vec{OB}, \vec{MD} = -\frac{\boxed{6}}{\boxed{7}} \vec{OA} + \frac{\boxed{8}}{\boxed{9}} \vec{OB}$$

$$(2) OA = \sqrt{\boxed{10}}, OB = \sqrt{\boxed{11}}, AB = \sqrt{\boxed{12}}$$

$$(3) \text{四角形 OCMD の面積は, } \frac{\boxed{13} \boxed{14}}{\boxed{15} \boxed{16}} \sqrt{\boxed{17} \boxed{18}} \text{ である.}$$

[計算用余白]

2 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

白玉 n 個, 赤玉 10 個, 青玉 16 個が入っている袋から玉を同時に 2 個取り出す. ただし, n は正の整数である.

(1) 取り出した玉のうち少なくとも 1 個が白玉である確率は,

$$\frac{n \left(n + \boxed{19} \boxed{20} \right)}{\left(n + \boxed{21} \boxed{22} \right) \left(n + \boxed{23} \boxed{24} \right)}$$

である. ただし, $\boxed{21} \boxed{22} > \boxed{23} \boxed{24}$ とする.

(2) 取り出した玉の色が異なる確率を p_n とすると,

$$p_n = \frac{\boxed{25} \left(\boxed{26} \boxed{27} n + \boxed{28} \boxed{29} \right)}{\left(n + \boxed{21} \boxed{22} \right) \left(n + \boxed{23} \boxed{24} \right)}$$

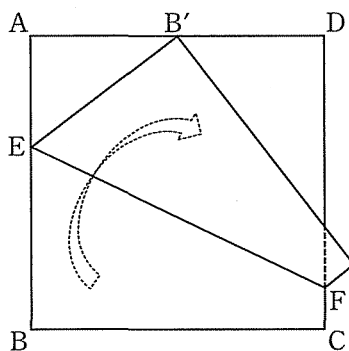
である. $p_n < p_{n+1}$ となるのは $n \leq \boxed{30} \boxed{31}$ のとき, かつこのときに限る. したがって, p_n は $n = \boxed{32} \boxed{33}$ のとき最大となる.

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ.

1 辺の長さが $a > 0$ の正方形の折り紙 ABCD を, 図のように頂点 B が辺 AD 上にくるように折る. B に対応する辺 AD 上の点を B' , 折り目の端の点を E, F とする.

- (1) 線分 AB' の長さを x とする. 折り目上の点は B, B' から等距離にあることを利用して, 図の線分 BE, CF の長さをそれぞれ x を用いて表せ.
- (2) 折り返す部分(図の台形 EBCF)の面積の最小値とそのときの x の値を求めよ.



[計算用余白]

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

(1) $x > 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$x - \frac{x^2}{2} < \log(1+x) < x$$

(2) (1)の不等式を利用して, 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \log \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) + \log \left(1 + \frac{2}{n^2} \right) + \log \left(1 + \frac{3}{n^2} \right) + \cdots + \log \left(1 + \frac{n}{n^2} \right) \right\}$$

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

xy 平面上の点 $(0, \sqrt{3})$ を中心とする円 C が, x 軸と2点 $(1, 0)$, $(-1, 0)$ において交わっている.

- (1) C の半径を求めよ.
- (2) C の内部の $y \geq 0$, $-1 \leq x \leq 1$ の部分を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ.
- (3) C の内部の $y \geq 0$ の部分を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ.

[計算用余白]

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2} \boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2} \boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2} \boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。