2011年度 S①

数　　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである．
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること．（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている．）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない．
4. マーク・シート記入については，解答用紙（その1）の「解答上の注意」にしたがうこと．
5. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とはみなさない．
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい．

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{1}$ 解答を解答用紙(その1)の $\boxed{1}$ 欄に記入せよ.

条件 $0 < a \leqq b$ を満たす整数 a, b に対して

$$f(x) = x(x-a)(x-b) - 5$$

とおく. $f(x)$ は $(x-k)(x^2+\ell x+m)$ の形に因数分解されるとする. ただし, k, ℓ, m は整数で, $k > 0$ である.

(1) $km = \boxed{\text{ア}}$ である. このとき, k の値は $\boxed{\text{イ}}$ または $\boxed{\text{ウ}}$ である.
ただし, $0 < \boxed{\text{イ}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする.

(2) 条件を満たすような数の組 (a, b, k) は

$(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$, $(\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}})$, $(\boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}})$

である.

ただし, $\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{コ}}$ とする.

〔計算用余白〕

$\boxed{2}$ 解答を解答用紙(その1)の $\boxed{2}$ 欄に記入せよ.

袋の中に，赤玉，青玉，白玉，黒玉が，それぞれ5個ずつ入っている．このとき，次の問に答えよ．ただし，解答の分数は既約分数とする．

(1) 袋から2個を同時に取り出すとき，その2個が同じ色である確率は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}\boxed{ソ}}$ である．

(2) 袋から3個を同時に取り出すとき，そのうち2個だけが同じ色である確率は $\dfrac{\boxed{タ}\boxed{チ}}{\boxed{ツ}\boxed{テ}}$ である．

(3) 袋から3個を同時に取り出すとき，取り出した3個の色がすべて異なる確率は $\dfrac{\boxed{ト}\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}\boxed{ヌ}}$ である．

〔計 算 用 余 白〕

3 解答を解答用紙(その2)の **3** 欄に記入せよ.

放物線 $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ が点 $(0, 1)$ を通り，かつ，その頂点の座標が $(\cos\theta, -\cos 2\theta)$ であるとき，次の問に答えよ.

ただし，定数 θ は $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲にある.

(1) a および c の値を求めよ.

(2) b を θ を用いて表せ.

(3) 関数 $y = ax^2 + bx + c$ $(-1 \leqq x \leqq 1)$ の最大値が 5 となるような θ の値をすべて求めよ.

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{4}$ 解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.

実数 t は $t > 1$ を満たすとする. 点 $\left(\frac{1}{2},\ t\right)$ から, 円 $x^2 + y^2 = 1$ に相異なる2本の接線を引き, 2つの接点を通る直線を ℓ とする.

(1) 直線 ℓ の方程式を t を用いて表せ.

(2) t を $t > 1$ の範囲で動かすとき, t によらず ℓ が通る点がある. この点の座標を求めよ.

〔計算用余白〕

$\boxed{5}$ 解答を解答用紙(その4)の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ.

曲線 $y = e^{x^2} - 1\ (x \geqq 0)$ を y 軸のまわりに回転させてできる容器がある. この容器に, 時刻 t における水の体積が vt となるように, 単位時間あたり v の割合で水を注入する. ただし, v は正の定数であり, y 軸の負の方向を鉛直下方とする.

(1) 不定積分 $\int \log(y+1)\,dy$ を求めよ.

(2) 水面の高さが h となったときの容器内の水の体積 V を, h を用いて表せ. ただし, h は容器の底から測った高さである.

(3) 水面の高さが $e^{10} - 1$ となった瞬間における, 水面の高さの変化率 $\dfrac{dh}{dt}$ を求めよ.

〔計 算 用 余 白〕