

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白もあわせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題3，4，5の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし，冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

1

解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

(1) a, b, c をそれぞれ $1 \leq a < 5, 0 \leq b < 5, 1 \leq c < 5$ を満たす整数とする。5進法で $abc_{(5)}$ と表される自然数を2倍した数は、5進法で $cba_{(5)}$ と表されるという。このような a, b, c の組は $(a, b, c) = (\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3})$ である。

(2) 自然数 N を7進法で表すと、100桁の数 $500 \cdots 00_{(7)}$ (5のあとはずべて0) になるという。このとき、 N を10進法で表すと、 $\boxed{4} \boxed{5}$ 桁の数になり、最高位の数字は $\boxed{6}$ である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

[計算用余白]

2

解答を解答用紙(その1)に記入せよ。

三角形 ABC の 3 辺の長さは $AB = 4$, $BC = 2$, $CA = 3$ であるとする. 三角形 ABC の内接円と辺 BC, CA, AB との接点をそれぞれ D, E, F とする. また, BE と CF の交点を P とする.

(1) $AE = x$ とおくと, $x = \frac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$ であり,

$$\vec{AE} = \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}} \vec{AC}, \quad \vec{AF} = \frac{\boxed{11}}{\boxed{12}} \vec{AB}, \quad \frac{CD}{BD} = \frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}$$

である.

(2) \vec{AP} を \vec{AB} , \vec{AC} を用いて表すと,

$$\vec{AP} = \frac{\boxed{15}}{\boxed{16} \ \boxed{17}} \vec{AB} + \frac{\boxed{18} \ \boxed{19}}{\boxed{20} \ \boxed{21}} \vec{AC}$$

である.

(3) これらのことから

$$\vec{AP} = \frac{\boxed{22} \ \boxed{23}}{\boxed{24} \ \boxed{25}} \vec{AD}$$

であることがわかる.

[計算用余白]

3 解答を解答用紙(その2)の 3 欄に記入せよ.

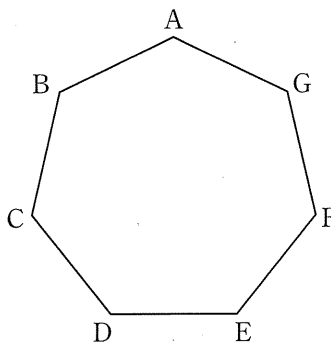
下図のような1辺の長さが1の正7角形と、この正7角形の辺上を動く2点P, Qがある. 大小2個のサイコロを同時に投げ、サイコロの出た目に応じてP, Qを次のように移動させる.

- 点Pを、大きなサイコロの出た目の数の長さだけ時計回りに移動させる.
- 点Qを、小さなサイコロの出た目の数の長さだけ反時計回りに移動させる.

例えば、2点P, Qがともに下図の頂点Cにあり、大きなサイコロの出た目の数が3、小さなサイコロの出た目の数が5ならば、点PをGに、QをAに移動させる.

2点P, Qは最初頂点Aにあるとし、上の操作を n 回繰り返した後にP, Qが同じ頂点にある確率を p_n とおく.

- (1) p_1 を求めよ.
- (2) P, Qが異なる頂点にあるとき、次の操作の後にP, Qが同じ頂点にある確率を求めよ.
- (3) p_2 を求めよ.
- (4) 数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ.



[計算用余白]

4

解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

z を複素数とする. 次の条件(*)を満たす点 z の全体が描く図形を, 複素数平面上に図示せよ.

(*) 複素数平面上的の3点 $0, z, (z+1)^2$ は一直線上にある.

解答にあたって, 次の事実を用いてよい.

複素数平面上的の互いに異なる3点 α, β, γ に対し, $\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数であることは, 3点 α, β, γ が一直線上にあるための必要十分条件である.

[計算用余白]

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

関数

$$f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x} \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

に関して次の問に答えよ.

- (1) $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) のグラフの概形を描け. 凹凸も調べること.
- (2) $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

[計算用余白]

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(一)、数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, ... の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, ... で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------------------------|---|---|---|----------------------------------|---|---|---|---|----------------------------------|---|---|---|---|---|
| 1 | <input checked="" type="radio"/> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | a | b | c | d |
| 2 | <input type="radio"/> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | <input checked="" type="radio"/> | 9 | a | b | c | d |
| 3 | <input type="radio"/> | 0 | 1 | 2 | <input checked="" type="radio"/> | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | a | b | c | d |

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。