

数 学

注 意

1. 問題は全部で3題あり，冊子は計算用の余白もあわせて8ページである。
2. 解答用紙に氏名・受験番号を忘れずに記入すること。（ただし，マーク・シートにはあらかじめ受験番号がプリントされている。）
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題2および問題3の解答については，論述なしで結果だけ記しても，正解とは見なさない。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない。
6. 解答用紙はすべて必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし，冊子を開いてはならない。

1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

(1) 下の①, ②, ③のうち, 最大のものは $\boxed{1}$ であり, 最小のものは $\boxed{2}$ である.

① $\frac{1}{2} \log_{10} 2$ ② $\frac{1}{3} \log_{10} 3$ ③ $\frac{1}{5} \log_{10} 5$

(2) 2個のさいころをふり, 出た目を X, Y とする. $X + Y$ が素数である確率

は $\frac{\boxed{3}}{\boxed{4} \ \boxed{5}}$ であり, X と Y が互いに素である確率は $\frac{\boxed{6} \ \boxed{7}}{\boxed{8} \ \boxed{9}}$ である.

(3) 次の $\boxed{10} \sim \boxed{13}$ に当てはまるものを, 下の a, b, c, d のうちから選べ.

(ア) α, β がともに有理数であることは, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ がともに有理数であるための $\boxed{10}$

(イ) 五角形の5つの辺の長さが等しいことは, 五角形が正五角形であるための $\boxed{11}$

(ウ) $x < y$ であることは, $a > 0$ を満たすすべての実数 a に対して $a^x < a^y$ が成り立つための $\boxed{12}$

(エ) $-1 \leq k \leq 1$ であることは, 3次方程式 $x^3 - 3x - k = 0$ が3個の異なる実数解をもつための $\boxed{13}$

- a 必要十分条件である.
- b 必要条件であり, 十分条件でない.
- c 必要条件でなく, 十分条件である.
- d 必要条件でなく, 十分条件でない.

2

解答を解答用紙(その2)の 2 欄に記入せよ.

次の問に答えよ.

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) > 0$ を満たす θ の値の範囲を求めよ.

(2) 素数 p, q および自然数 n に対し,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{pq} = \frac{1}{n}$$

が成り立つような (p, q, n) の組をすべて求めよ.

3

解答を解答用紙(その3)の 3 欄に記入せよ.

a を $0 \leq a \leq 1$ を満たす定数とし, $I(a) = \int_0^1 |x(x-a)| dx$ とする.

- (1) $I(a)$ を求めよ.

- (2) a が $0 \leq a \leq 1$ の範囲を動くときの $I(a)$ の最大値と最小値を求めよ.
また, そのときの a の値を求めよ.

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	－	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
3	－	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4} \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7} \sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9} \log_2 \boxed{10}$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12} \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。