2020年度 　　　　Z(SR_B)

数　　学

注　意

1. 問題は全部で5題あり，冊子は計算用の余白も合わせて12ページである.
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること.
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること．指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない.
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはならない.
5. 解答用紙は必ず提出すること．問題冊子は持ち帰ってよい.

マーク・シート記入上の注意については，この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること．ただし，冊子を開いてはならない.

〔計 算 用 余 白〕

〔計 算 用 余 白〕

I

(1) $\angle A = \dfrac{\pi}{2}$ である直角三角形 ABC において，AB $= 4$，$\cos\angle C = \dfrac{7}{9}$ のとき，

$$\mathrm{BC} = \frac{\boxed{1}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{3}},\quad \mathrm{AC} = \frac{\boxed{4}\sqrt{\boxed{5}}}{\boxed{6}}$$

である．また BC の中点を D とするとき，三角形 ACD の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$ である．

(2) $\angle A = \dfrac{\pi}{2}$ である直角三角形 ABC において，AB $= 16$ であり，BC，AC がともに整数で AB $<$ AC を満たすとき，

$$(\mathrm{BC},\ \mathrm{AC}) = \left(\boxed{9}\boxed{10},\ \boxed{11}\boxed{12}\right) \text{ または } \left(\boxed{13}\boxed{14},\ \boxed{15}\boxed{16}\right)$$

である．ただし，$\boxed{9}\boxed{10} < \boxed{13}\boxed{14}$ とする．

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{\text{II}}$ 次の定積分と極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \log(x^2+1)\,dx = \boxed{17}\sqrt{3}\log 2 - \boxed{18}\sqrt{3} + \frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}\pi$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n+k}} = \boxed{21}\sqrt{\boxed{22}} - \boxed{23}$

〔計 算 用 余 白〕

III 辺の長さが OA＝5，OB＝9，AB＝10 である三角形OABにおいて，辺ABの中点をM，頂点Bから直線OAに下ろした垂線とOAとの交点をP，直線OMとBPの交点をQとする．

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\boxed{24}$ である．

(2) $\overrightarrow{OP}=\dfrac{\boxed{25}}{\boxed{26}\,\boxed{27}}\overrightarrow{OA}$ である．

(3) $\dfrac{OQ}{OM}=\dfrac{\boxed{28}}{\boxed{29}\,\boxed{30}}$，$\dfrac{BQ}{BP}=\dfrac{\boxed{31}\,\boxed{32}}{\boxed{33}\,\boxed{34}}$ である．

〔計 算 用 余 白〕

IV　１個のサイコロをくり返し投げ，次のルールに従って数直線上の点Ｐを８を目指して動かすゲームを考える．

- 点Ｐが８より左にあるときは，出た目の数だけ右に動かす．たとえば，点Ｐが６にあって出た目の数が３ならば９に動かす．
- 点Ｐが８より右にあるときは，出た目の数だけ左に動かす．
- 点Ｐが８に動いたときにゲームは終了する．

最初に点Ｐは原点にあるとする．サイコロをちょうど n 回投げたときにゲームが終了する確率を p_n とする．

(1)　$p_2 = \dfrac{\boxed{35}}{\boxed{36}\,\boxed{37}}$，$p_3 = \dfrac{\boxed{38}\,\boxed{39}}{\boxed{40}\,\boxed{41}\,\boxed{42}}$ である．

(2)　$n \geqq 4$ に対して $p_n = \dfrac{\boxed{43}\,\boxed{44}}{\boxed{45}\,\boxed{46}\,\boxed{47}}\left(\dfrac{\boxed{48}}{\boxed{49}}\right)^n$ である．

〔計 算 用 余 白〕

$\boxed{\mathrm{V}}$ r を正の数とし，曲線 $y = 2\sqrt{x}$ ($x \geqq 0$) 上の点 (t, $2\sqrt{t}$) を中心とする半径 r の円を C_t とする．

(1) 円 C_t が x 軸と共有点をもつのは，$0 \leqq t \leqq \dfrac{\boxed{50}}{\boxed{51}} r^2$ のときである．

ここで，円 C_t と x 軸の共有点の x 座標のうち最大のものを $f(t)$ とする．ただし，共有点が 1 個のときはその点の x 座標を $f(t)$ とする．正の数 r に対し，t が (1) の範囲を動くときの $f(t)$ の最大値を M とする．

(2) $r = 3$ であれば，$M = \dfrac{\boxed{52}\boxed{53}}{\boxed{54}}$ であり，そのときの t の値は $t = \dfrac{\boxed{55}}{\boxed{56}}$ である．

(3) $r = 1$ であれば，$M = \boxed{57}$ であり，そのときの t の値は $t = \boxed{58}$ である．

〔計 算 用 余 白〕

マーク・シート記入上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること．

2　問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(０～９)又は文字(ａ～ｄ)が入る．1，2，3，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する．それらを解答用紙の 1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ．

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
2	−	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
3	−	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ のように細字で表記する．

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけない．

例えば，$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えよ．

また，それ以上約分できない形で答えること．

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけない．

4　根号あるいは対数を含む形で解答する場合は，根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

例えば，$\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない．また，$\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを，$3\log_2 9$ のように答えてはいけない．

5　分数形で根号を含む形で解答する場合，$\dfrac{\boxed{11}+\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない．