

数 学

注 意

1. 問題は全部で5題あり、冊子は計算用の余白も合わせて12ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

[計算用余白]

I 複素数 z は

$$2|z| = |z + 2 + 2\sqrt{3}i| \quad \dots\dots (*)$$

を満たすとする。このとき、 z は複素数平面上で、

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} + \frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{4}}}{\boxed{5}}i$$

を中心とする、半径 $\frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$ の円を描く。したがって (*) を満たす複素数 z

の絶対値 $|z|$ の最大値は $\boxed{8}$ であり、最小値は $\frac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$ である。

[計算用余白]

II 次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x) dx = \frac{\sqrt{\boxed{11}}}{\boxed{12}} - \frac{\boxed{13}}{\boxed{14}} \pi$$

$$(2) \int_1^4 \log\left(\frac{x}{x+3}\right) dx = \boxed{15} \boxed{16} \log \boxed{17} - \boxed{18} \log \boxed{19}$$

[計算用余白]

III AB = 6, AC = 10, $\cos \angle A = \frac{1}{5}$ である $\triangle ABC$ を考える. このとき $\triangle ABC$ の面積を S とすると

$$BC = \boxed{20} \sqrt{\boxed{21}}, \quad S = \boxed{22} \boxed{23} \sqrt{\boxed{24}}$$

である. A から辺 BC に下ろした垂線を AH とするとき,

$$AH = \frac{\boxed{25} \sqrt{\boxed{26} \boxed{27}}}{\boxed{28}}$$

である. また, 線分 AH を直径とする円と AB との交点を P, AC との交点を Q とすると,

$$AP = \frac{\boxed{29} \boxed{30}}{\boxed{31}}, \quad AQ = \frac{\boxed{32} \boxed{33} \boxed{34}}{\boxed{35} \boxed{36}}$$

である. ただし, 点 P, Q は A とは異なるとする.

[計算用余白]

IV 下図は、一辺の長さが1の正四面体 DABC と EACB を合わせてできる

多面体である。 $\vec{DA} = \vec{a}$, $\vec{DB} = \vec{b}$, $\vec{DC} = \vec{c}$ とおくと、

$$\vec{DE} = \frac{\boxed{37}}{\boxed{38}} \vec{a} + \frac{\boxed{39}}{\boxed{40}} \vec{b} + \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}} \vec{c}$$

である。

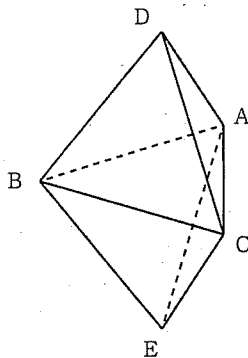
辺 BE を 1:2 に内分する点を P とすると、

$$\vec{DP} = \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}} \vec{a} + \frac{\boxed{45}}{\boxed{46}} \vec{b} + \frac{\boxed{47}}{\boxed{48}} \vec{c}$$

である。また、辺 AC を $t:(1-t)$ ($0 < t < 1$) に内分する点 Q が $\vec{PQ} \perp \vec{AD}$

を満たすとすると、 $t = \frac{\boxed{49}}{\boxed{50}}$ であって、四面体 PABQ の体積は $\frac{\sqrt{\boxed{51}}}{\boxed{52} \boxed{53}}$

である。



[計算用余白]

V $x \geq 0$ において関数 $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ のグラフを考える.

$x \geq 0$ におけるグラフの変曲点は $\left(\frac{\sqrt{\boxed{54}}}{\boxed{55}}, \frac{\boxed{56}}{\boxed{57}} \right)$ である.

原点 $(0, 0)$ と変曲点を通る直線 l とグラフとの交点は 3 点あり, そのうち,

原点でも変曲点でもない点の座標は $\left(\sqrt{\boxed{58}}, \frac{\boxed{59}}{\boxed{60}} \right)$ である. また, 直線 l

と関数 $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ のグラフで囲まれた 2 つの部分の面積の和は $\frac{\sqrt{\boxed{61}}}{\boxed{62} \boxed{63}}$

である.

[計算用余白]

マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)又は文字(a～d)が入る。1，2，3，… の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えよ。

例 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ に -83 と答えたいとき

1	<input checked="" type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
2	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input checked="" type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
3	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input checked="" type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d

なお、同一の問題文中に $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{\boxed{4}\ \boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\boxed{9}\log_2\boxed{10}$ に $6\log_2 3$ と答えるところを、 $3\log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。