

数 学

注 意

1. 問題は全部で4題あり、冊子は計算用の余白も合わせて10ページである。
2. 解答用紙に氏名を忘れずに記入すること。
3. 解答は解答用紙の指定された欄に記入すること。指定の欄以外に記入されたものは採点の対象としない。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはならない。
5. 解答用紙は必ず提出すること。問題冊子は持ち帰ってよい。

マーク・シート記入上の注意については、この問題冊子の裏表紙に記載されているので試験開始までに確認すること。ただし、冊子を開いてはならない。

[計算用余白]

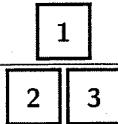
[計算用余白]

I くじが 10 本ずつ入った袋 A と袋 B がある。袋 A のくじのうち 5 本が当たりであり、袋 B のくじのうち 2 本が当たりである。

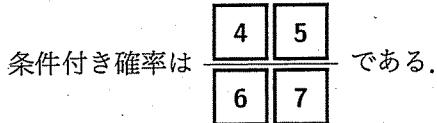
太郎さんと花子さんがこれらの袋からくじを引く。ただし 2 人とも中にあら当たりくじの本数は知らない。

まず、太郎さんが袋 A, B の一方を無作為に選び、1 本くじを引く。太郎さんが引いたくじは袋に戻さない。次に、花子さんが「太郎さんが当たりくじを引いたなら同じ袋からくじを引き、はずれていたなら異なる袋からくじを引く」という方法でくじを引く。

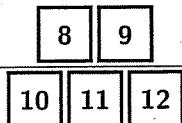
(1) 太郎さんが当たりくじを引く確率は $\frac{1}{3}$ である。



(2) 太郎さんが当たりくじを引いたときに、花子さんも当たりくじを引く条件付き確率は $\frac{4}{5}$ である。



(3) 花子さんが当たりくじを引く確率は $\frac{8}{12}$ である。



[計算用余白]

II a を実数の定数として、放物線

$$C : y = -2x^2 + 4ax - a^2 - 4a + 10$$

を考える。

(1) $a = \frac{2}{3}$ のとき、放物線 C の頂点の座標は $\left(\frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}, \frac{\boxed{15}}{\boxed{16}} \right)$ で
ある。

(2) 放物線 C と x 軸で囲まれた部分の面積は、 $a = \boxed{18}$ のとき最小値
 $\boxed{19} \sqrt{\boxed{20}}$ をとる。

[計算用余白]

III 四面体 $OABC$ は $OA = OB = OC = 1$ かつ $AB = BC = CA$ を満たすとする。点 O から $\triangle ABC$ に下ろした垂線を OH とし、 $OH = x$ とする。四面体 $OABC$ の体積を V とするとき、次の間に答えよ。

$$(1) \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{22}} \text{ である。}$$

$$(2) AB^2 = -\boxed{23}x\boxed{24} + \boxed{25} \text{ である。}$$

$$(3) V = -\frac{\sqrt{\boxed{26}}}{\boxed{27}}x\boxed{28} + \frac{\sqrt{\boxed{29}}}{\boxed{30}}x \text{ である。}$$

$$(4) V \text{ は } x = \frac{\sqrt{\boxed{31}}}{\boxed{32}} \text{ のとき最大値 } \frac{\boxed{33}}{\boxed{34}} \text{ をとる。}$$

[計算用余白]

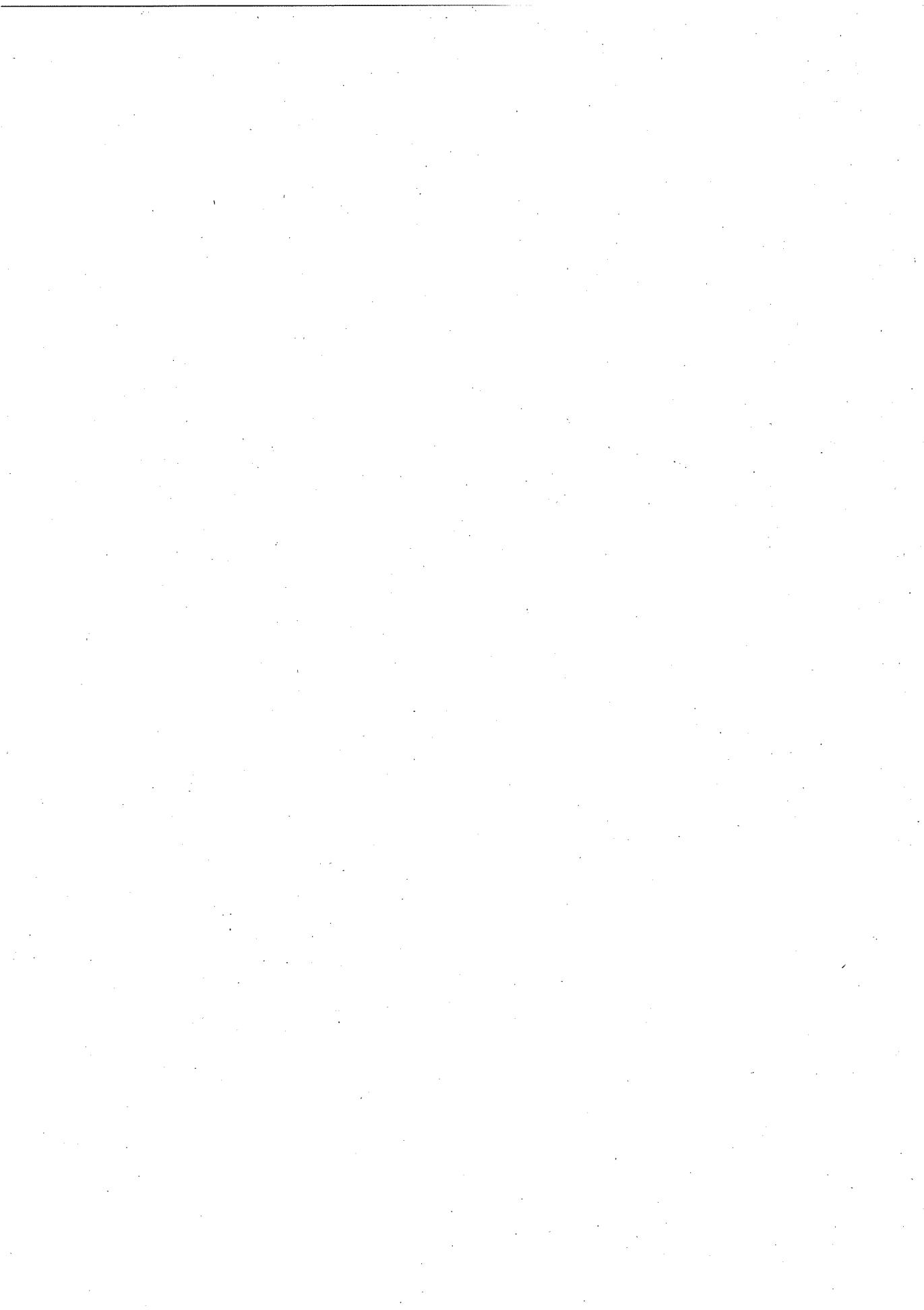
IV

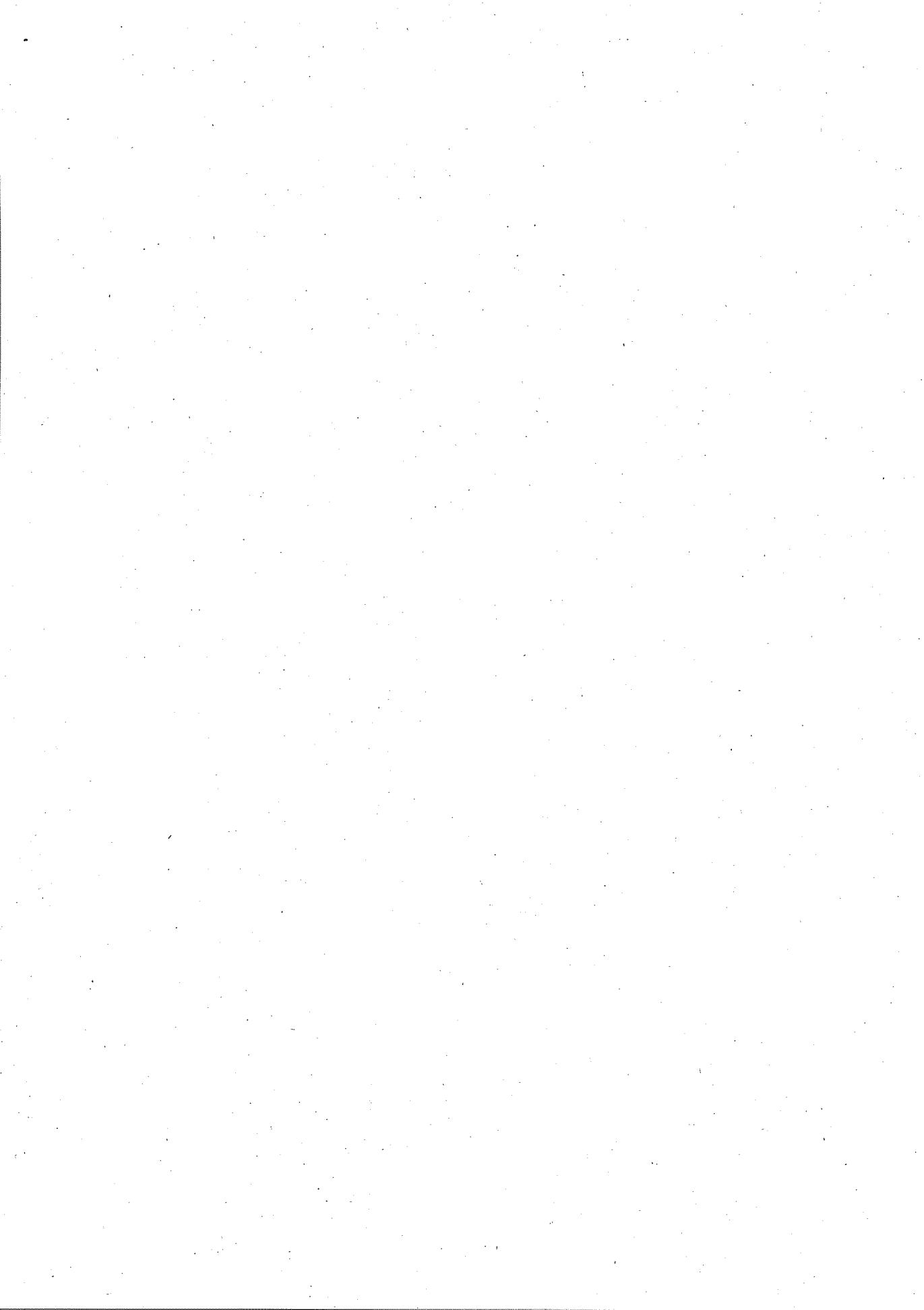
(1) $1 + 2 + 3 + \cdots + n = 1770$ となる自然数 n は $n = \boxed{35} \boxed{36}$ である。

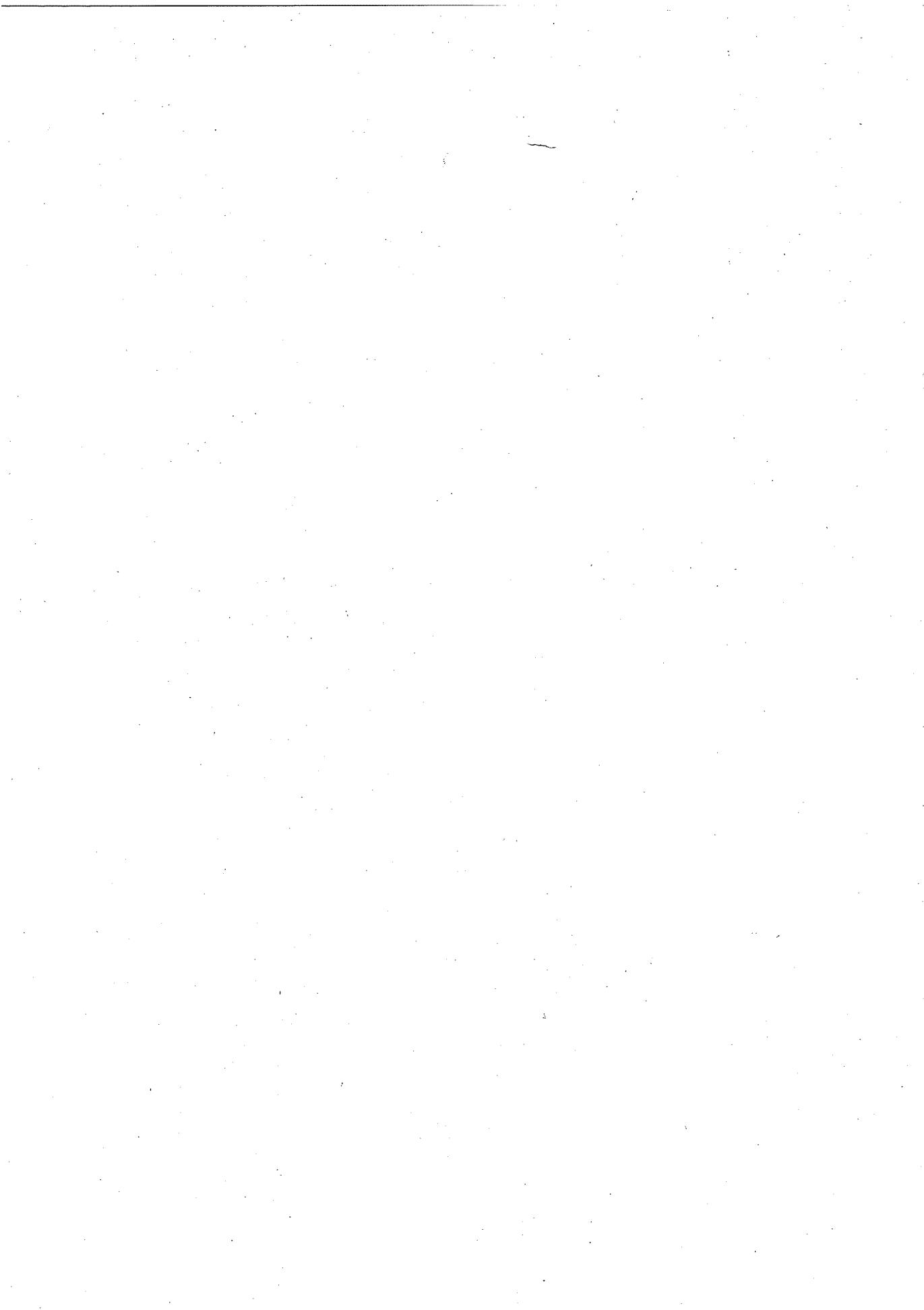
(2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = 204$ となる自然数 n は $n = \boxed{37}$ である。

(3) $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + \cdots + (2n)^2 = 6895$ となる自然数 n は
 $n = \boxed{38} \boxed{39}$ である。

[計算用余白]







マーク・シート記入上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークすること。
- 2 問題の文中の **1**, **2**, **3** などには、特に指示がないかぎり、符号(-), 数字(0~9)又は文字(a~d)が入る。1, 2, 3, … の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の1, 2, 3, … で示された解答欄にマークして答えよ。

例 **1** **2** **3** に -83 と答えたいとき

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1 | <input checked="" type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> 1 | <input type="radio"/> 2 | <input type="radio"/> 3 | <input type="radio"/> 4 | <input type="radio"/> 5 | <input type="radio"/> 6 | <input type="radio"/> 7 | <input type="radio"/> 8 | <input type="radio"/> 9 | <input type="radio"/> a | <input type="radio"/> b | <input type="radio"/> c | <input type="radio"/> d | |
| 2 | <input type="radio"/> - | <input type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> 1 | <input type="radio"/> 2 | <input type="radio"/> 3 | <input type="radio"/> 4 | <input type="radio"/> 5 | <input type="radio"/> 6 | <input type="radio"/> 7 | <input checked="" type="radio"/> 8 | <input type="radio"/> 9 | <input type="radio"/> a | <input type="radio"/> b | <input type="radio"/> c | <input type="radio"/> d |
| 3 | <input type="radio"/> - | <input type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> 1 | <input type="radio"/> 2 | <input checked="" type="radio"/> 3 | <input type="radio"/> 4 | <input type="radio"/> 5 | <input type="radio"/> 6 | <input type="radio"/> 7 | <input type="radio"/> 8 | <input type="radio"/> 9 | <input type="radio"/> a | <input type="radio"/> b | <input type="radio"/> c | <input type="radio"/> d |

なお、同一の問題文中に **1**, **2**, **3** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**1**, **2**, **3** のように細字で表記する。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。

例えば、 $\frac{4}{6}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$ として答えよ。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけない。

- 4 根号あるいは対数を含む形で解答する場合は、根号の中や真数に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

例えば、 $\sqrt{8}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない。また、 $\log_2 10$ に $6 \log_2 3$ と答えるところを、 $3 \log_2 9$ のように答えてはいけない。

- 5 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\boxed{11} + \boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけない。