2019年度

D 数学問題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています。ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ．次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) $\left(x^2-\dfrac{1}{x^2}\right)^8$ の展開式における x^4 の係数は $\boxed{\ ア\ }$ である。

(ii) A，B は自然数とする。$\sqrt{28-12\sqrt{5}}=\sqrt{A}-\sqrt{B}$ であるとき，$A=\boxed{\ イ\ }$，$B=\boxed{\ ウ\ }$ となる。

(iii) 不等式 $4\cdot4^x+2^{x+4}+3\cdot2^x-5\leqq0$ を満たす実数 x の範囲は，$x\leqq\boxed{\ エ\ }$ である。

(iv) a，1，a^2 がこの順で等差数列である。公差が0でないとき，$a=\boxed{\ オ\ }$ である。

(v) $f(a)=\displaystyle\int_0^a\{|x-2|+x-4\}\,dx$ とする。ここで，$a>2$ のとき，$f(a)=\boxed{\ カ\ }$ である。

(vi) 14351 と 14803 の最大公約数は $\boxed{\ キ\ }$ である。

(vii) 各辺の長さが $\mathrm{AB}=\sqrt{2}$，$\mathrm{BC}=1$，$\mathrm{AC}=1$ である三角形ABCにおいて，∠Aの外角の二等分線と直線BCとの交点をDとする。このとき，線分CDの長さは $\boxed{\ ク\ }$ である。

(viii) 数直線上で，原点を出発点として点Pを動かす。1枚のコインを投げて，表が出たときは正の向きに1だけ進み，裏が出たときは負の向きに1だけ進む。コインを6回投げたとき，点Pがちょうど原点にもどる確率は $\boxed{\ ケ\ }$ である。

II. 点Oを原点とする座標平面上に，３点A(２，０)，B(０，２)，

P($\sqrt{6}\cos\theta$，$\sqrt{6}\sin\theta$) がある。ここで，$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4}$ とする。このとき，次の問(i)～(v)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i)　$\overrightarrow{PA}$，$\overrightarrow{PB}$ を θ を用いてそれぞれ成分表示せよ。

(ii)　３点O，B，Pを頂点とする三角形OBPの面積を θ を用いて表せ。

(iii)　$\angle APB$が直角のとき，$\sin\theta + \cos\theta$ の値を求めよ。

(iv)　$\angle APB$が直角のとき，４点O，A，P，Bを頂点とする四角形OAPBの面積を求めよ。

(v)　$\angle APB$が直角のとき，θ の値を求めよ。

Ⅲ. $a>0$ とする。座標平面上に曲線 $C : y = x^3 - 3x^2$ がある。C 上の点A$(a,\ a^3 - 3a^2)$ における C の接線を l とし，点B$(-a,\ -a^3 - 3a^2)$ における C の接線を m とする。2つの接線 l，m の交点をPとする。このとき，次の問(i)～(iv)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) l，m の方程式を a を用いてそれぞれ表せ。

(ii) Pの座標を a を用いて表せ。

(iii) a が $a>0$ の範囲で変化するとき，Pの y 座標の最大値，およびそのときの a の値をそれぞれ求めよ。

(iv) C の接線のうちPを通るものが l，m のみであるような a の値をすべて求めよ。

【以下余白】