2018年度

K 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2. 解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆**または**ＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています. ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.
   (万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています. 試験開始後, ただちにページ数を確認してください. なお, 問題番号はⅠ～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので, 出席票の受験番号が, あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し, 出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください. なお, 出席票は切り離さないでください.
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し, その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったり, 傷つけたりしないように注意してください.
7. 計算には, この問題冊子の余白部分を使ってください.
8. この問題冊子は持ち帰ってください.

Ⅰ．次の空欄ア～セに当てはまる数または式を記入せよ．

（i）　$a=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ のとき，$a+\dfrac{1}{a}=$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，$a^2+\dfrac{1}{a^2}=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

（ii）　x を正の数とする．$\log_x 64=0.75$ のとき，$x=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

（iii）　2つのベクトル $\vec{a}=(2,\ x)$，$\vec{b}=(3,\ -2)$ について，$\vec{a}+2\vec{b}$ と $3\vec{a}-\vec{b}$ が平行であるとき，$x=$ $\boxed{\text{エ}}$ である．

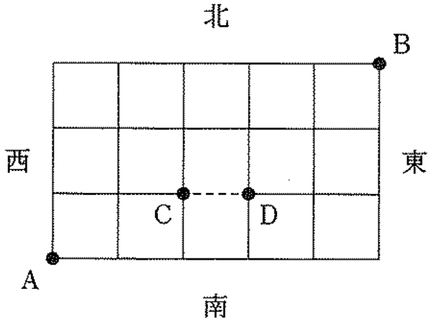
（iv）　3辺の長さがそれぞれAB＝3，BC＝5，CA＝7 である三角形ABCにおいて，$\angle \mathrm{ABC}=\theta$ （$0^\circ<\theta<180^\circ$）とするとき，$\theta=$ $\boxed{\text{オ}}$ である．

（v）　定数 a は $a<1$ を満たすとする．関数 $f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax$ が極小値0をとるとき，$a=$ $\boxed{\text{カ}}$ である．

（vi）　$a_1=1$ とし，また自然数 n に対して $4a_n+1$ を3で割った余りを a_{n+1} と定める．この数列 $\{a_n\}$ において，$a_2=2$，$a_3=$ $\boxed{\text{キ}}$，$a_4=$ $\boxed{\text{ク}}$，$a_{2018}=$ $\boxed{\text{ケ}}$ である．

（vii）　実数を係数とする4次式 $f(x)=x^4+px+q$ に対して，方程式 $f(x)=0$ は $x=-1$ を重解に持ち，また $x=1-\sqrt{2}i$ を解に持つ．このとき，$f(x)=0$ の残りの解を実数 a，b を用いて $x=a+bi$ と表すとき，$a=$ $\boxed{\text{コ}}$，$b=$ $\boxed{\text{サ}}$ であり，また $p=$ $\boxed{\text{シ}}$，$q=$ $\boxed{\text{ス}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

(viii) 図のように東西に４本，南北に６本の道路がある．このうち，Ｃ地点とＤ地点を結ぶ区間は工事中のため通行することができない．このとき，最短距離でＡ地点からＢ地点へ行く道順は全部で $\boxed{\text{セ}}$ 通りである．



Ⅱ．原点をOとする座標平面上の円 C : $x^2+y^2=1$ 上に点P$(\cos\theta,\ \sin\theta)$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ がある．点Pにおける円 C の接線を l とし，l と x 軸の交点をA，l と y 軸の交点をBとする．線分OAの長さと線分OBの長さの和を L とおき，また，$t=\dfrac{1}{\cos\theta\sin\theta}$ とおく．このとき，次の問(ｉ)～(iv)に答えよ．解答欄には，答えだけなく途中経過も書くこと．

(ｉ) 点Aと点Bの座標を $\cos\theta$，$\sin\theta$ を用いてそれぞれ表せ．

(ii) t の値の範囲を求めよ．

(iii) L^2 を t を用いて表せ．

(iv) L が最小となるときの L の値とそのときの点Pの座標をそれぞれ求めよ．

Ⅲ. m，n を整数とする．原点をOとする座標平面上の点A$(m,\ n)$ は次の条件(1)，(2)を満たしている．

(1)　$1 \leqq m \leqq 3$

(2)　$m^2 - 2m - 1 \leqq n \leqq 2$

点Aと点B$(0,\ 1)$ を通る直線 AB：$y = kx + 1$ と放物線 C：$y = x^2 - 2x - 1$ の異なる2つの共有点をP，Qとし，P，Qの x 座標をそれぞれ α，β $(\alpha < \beta)$ とおく．このとき，次の問(i)〜(v)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(i)　点Aが $(2,\ n)$ であるとき，n の値をすべて求めよ．

(ii)　$k = -1$ となるような点Aの座標をすべて求めよ．

(iii)　$\alpha + \beta$ を k を用いて表せ．

(iv)　三角形OPQの面積を S とおく．S^2 を k を用いて表せ．

(v)　(iv)で定めた S が最小となるとき，k の値を求めよ．

【以下余白】