

2017年度

## E 数 学 問 題

### 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ.

(i)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする.  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  のとき,  $\sin 2\theta =$  ,  $\tan 2\theta =$   で

ある.

(ii) 座標空間における3点O, A, Bを $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 1, 1)$ ,

$B(-1, 3, 0)$  とし, 点Cは  $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$  を満たすとする. BCの中点をD,

ODとABの交点をPとするとき, 線分OPの長さは  である.

(iii) 座標平面上で, 2直線  $y = x - 1$  と  $y = -\frac{3}{2}x + 2$  の交点と点  $(1, 1)$  を通

る直線を  $y = ax + b$  とするとき,  $a =$  ,  $b =$   である.

(iv) 座標平面上にある曲線  $y = x^3 - x^2 + x + 1$  上の点  $(p, q)$  における接線が原

点を通るとき,  $q =$   である.

(v) 1, 2, 3, 4, 5, 6の6個の数字のうち, 異なる3個を用いて3桁の数字をつ

くる. このとき423は小さい方から数えて  番目となる.

(vi) 斜辺の長さが13, 残りの2辺のうちの1辺の長さが5である直角三角形の内接円の

半径は  である.

(vii)  $\int_{-1}^2 |x^2 - 2x| dx$  の値は  である.

(viii)  $\left(\frac{9}{10}\right)^n < \frac{1}{3}$  となる整数  $n$  のうちの最小のものを  $n_0$  とするとき,  $n_0 =$

である. ただし,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする.



II.  $p, r$  は正の実数とする. 座標平面上に  $x$  軸に接する 3 つの円

$$C_1: (x - 2\sqrt{p})^2 + (y - p)^2 = p^2$$

$$C_2: (x - 2\sqrt{r})^2 + (y - r)^2 = r^2$$

$$S: x^2 + (y - r)^2 = r^2$$

があり, 3 つの円  $C_1, C_2, S$  のそれぞれの中心を  $D, E, F$  とする. このとき, 次の問

(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i)  $C_1$  と  $S$  が外接するとき,  $r$  の値を求めよ.

(ii) (i)のとき, さらに  $C_1$  と  $C_2$  が外接しているとする. このとき,  $p$  の値を求めよ.

(iii)  $p$  と  $r$  が (i), (ii)で求めた値のとき,  $C_1$  と  $S$  の接点  $G$  の座標を求めよ.

(iv)  $p$  と  $r$  が (i), (ii)で求めた値のとき,  $C_1$  と  $C_2$  の接点  $H$  の座標を求めよ.

(v)  $p$  と  $r$  が (i), (ii)で求めた値のとき, 四角形  $EFGH$  の面積を求めよ.



Ⅲ.  $x^3$  の係数が1である3次式  $Q(x)$  は,  $x - 1$  で割ると余りが  $-1$ ,  $x - 2$  で割ると余りが8となる. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i)  $Q(x)$  を  $(x - 1)(x - 2)$  で割った余りを求めよ.

(ii)  $Q(-1) = -1$  のとき,  $Q(x)$  を求めよ.

(iii) (ii)で求めた  $Q(x)$  に対して, 3次式  $P(x)$  は  $P(x^2) = P(x)Q(x) + 2x$  を満たす. このとき,  $P(0)$ ,  $P(1)$ ,  $P(-1)$  の値を求めよ.

(iv)  $P(x)$  が(iii)の条件を満たすとき,  $P(x)$  を  $x(x - 1)(x + 1)$  で割った余りを求めよ.

(v)  $P(x)$  が(iii)の条件を満たすとき,  $P(x)$  を求めよ.

【以下余白】

