2012年度

C 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2. 解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています. ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています. 試験開始後, ただちにページ数を確認してください. なお, 問題番号はⅠ～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので, 出席票の受験番号が, あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し, 出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください. なお, 出席票は切り離さないでください.
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し, その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったり, 傷つけたりしないように注意してください.
7. 計算には, この問題冊子の余白部分を使ってください.
8. この問題冊子は持ち帰ってください.

I．次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) $\sqrt{2} \div \sqrt[4]{4} \times \sqrt[12]{32} \div \sqrt[6]{2} = 2^a$ とすると $a =$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

(ii) 座標空間に4点O(0，0，0)，A(3，2，1)，B(1，3，5)，C(x，y，z) がある．ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ は，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ およびベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と垂直である．このとき，(x，y，z) $=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．ただし，$x > 0$，$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}| = 1$ とする．

(iii) i を虚数単位として，複素数 $x = \sqrt{3} + \sqrt{7}\,i$ を考える．x と共役な複素数を $\overline{x}$ とするとき，$x^3 + \overline{x}^3$ の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(iv) $\log_2 x + \log_4 y = 1$ のとき，$x^2 + y$ の最小値は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(v) 4つの数字0，1，2，6から，18で割り切れる4桁の数を作るとすると $\boxed{\text{オ}}$ 通りできる．ただし，同じ数字は2度以上使わないものとする．

(vi) $\cos 75^\circ$ の値は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(vii) $\left(x^3 - \dfrac{1}{2}\right)^{10}$ の展開式における x^{15} の係数は $\boxed{\text{キ}}$ である．

(viii) 三角形ABCの外心をOとする．$\angle \mathrm{OAC} = 40^\circ$，$\angle \mathrm{OCB} = 25^\circ$ のとき，$\angle \mathrm{AOC} =$ $\boxed{\text{ク}}$ であり，$\angle \mathrm{ABO} =$ $\boxed{\text{ケ}}$ である．

II. 数列 $\{a_k\}$ は，すべての自然数 n に対して，

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{3}{8} - \frac{3^n}{n+2}$$

を満たす．このとき，次の問(ⅰ)～(ⅲ)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ⅰ) 初項 a_1 を求めよ．

(ⅱ) $k \geqq 2$ のとき，a_k を k の式で表せ．

(ⅲ) 数列 $\{b_k\}$ を，すべての自然数 k に対して，$b_k = \dfrac{(k+1)(k+2)}{3^{k-1}} a_k$ により定めるとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ を n の式で表せ．

Ⅲ． 座標平面上に点P$(s,\ t)$がある．ただし，$t<0$ である．点Pから放物線 C：$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に引いた2本の異なる接線の接点をA，Bとする．このとき，次の問(ⅰ)〜(ⅳ)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ⅰ) 点A，Bの x 座標をそれぞれ α，β とするとき，$\alpha+\beta$ を s を用いて表せ．ただし，$\alpha<\beta$ とする．

(ⅱ) 2点A，Bを通る直線 l の式を s と t を用いて表せ．

(ⅲ) 直線 l と放物線 C で囲まれる部分の面積を S とするとき，S を s と t を用いて表せ．

(ⅳ) 点Pが点$(0,\ -3)$を中心とする半径2の円周上にあるとき，S の最大値，および最大値を与える点Pの座標をすべて求めよ．

【以下余白】