2020年度

E 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています。ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3．この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ． 次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ。

（ⅰ） $\tan\theta = \dfrac{1}{2}\left(0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ であるとき，$\cos\theta$ の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

（ⅱ） 2つの実数 x，y が $\log_3(x+y)=3$，$\log_5(x-y)=2$ を満たすならば，

$x = \boxed{\text{イ}}$，$y = \boxed{\text{ウ}}$ である。

（ⅲ） $25! = a \times 10^M$（M は0以上の整数，a は10で割り切れない自然数）と表せば，

$M = \boxed{\text{エ}}$ である。

（ⅳ） 数字1，2，3のいずれか1つが書かれたカードが，それぞれ2枚ずつ合計6枚，以下の図のようにある。

$\boxed{1}\quad\boxed{1}\quad\boxed{2}\quad\boxed{2}\quad\boxed{3}\quad\boxed{3}$

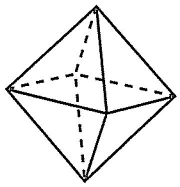
これら6枚のカードを1枚ずつ引く操作を6回繰り返し，引いた順に左から並べて6桁の数字を作る。ただし，この操作のとき，引いたカードは元に戻さないものとする。こうしてできる可能性のある6桁の数字すべてを，小さいものから順に並べるとき，初めて200000以上となる数字は小さい方から $\boxed{\text{オ}}$ 番目の数字である。

（ⅴ） 要素が11ある以下のデータの第1四分位数は $\boxed{\text{カ}}$ である。

14, 12, 21, 2, 5, 19, 6, 7, 10, 3, 18

（ⅵ） 放物線 $y = x^2 + x - 2$ と x 軸，および y 軸で囲まれる図形のうちで，$x \geqq 0$ であるものの面積は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(vii)　一辺の長さが1の正八面体の体積は $\boxed{\text{ク}}$ である。



(viii)　2つの実数 a, b が $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{11+4\sqrt{7}}$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{11-4\sqrt{7}}$ を満たすとき，$a-b=$ $\boxed{\text{ケ}}$ である。

Ⅱ. 座標平面上に放物線 $C: y = x^2$ がある。s を実数，t を正の実数とするとき，点P$(s,\ s^2 - t)$ を通る C の接線は2本ある。これらの接線が C と接する点をそれぞれQ$(q,\ q^2)$，R$(r,\ r^2)$ とする。ただし，$q < r$ とする。さらに，線分QRの中点をMとする。このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ)　a を実数とする。C 上の点 $(a,\ a^2)$ における接線の方程式を求めよ。

(ⅱ)　$q + r$ と qr をそれぞれ s と t を用いて表せ。

(ⅲ)　点Mの座標を s と t を用いて表せ。

(ⅳ)　線分MPの長さを t を用いて表せ。

(ⅴ)　三角形PQRの面積 S を t を用いて表せ。

Ⅲ. 座標平面上に次の4点がある。

$$A_1(-1-\sqrt{3},\ -1-\sqrt{3}),\ B_1(1+\sqrt{3},\ -1-\sqrt{3})$$

$$C_1(1+\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}),\ D_1(-1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3})$$

正方形$A_1B_1C_1D_1$の各辺A_1B_1，B_1C_1，C_1D_1，D_1A_1をそれぞれ $1:\sqrt{3}$ に内分する点をそれぞれA_2，B_2，C_2，D_2とする。さらに，自然数 n に対して正方形$A_nB_nC_nD_n$の4つの辺A_nB_n，B_nC_n，C_nD_n，D_nA_nを $1:\sqrt{3}$ に内分する点をそれぞれA_{n+1}，B_{n+1}，C_{n+1}，D_{n+1}とする。このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ。ただし，答えが分数の場合は分母は有理化すること。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ) 3点A_2，B_2，C_2の座標と，直線A_2B_2と x 軸のなす角 α を求めよ。

ただし，$0 \leqq \alpha \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(ⅱ) 2点A_3，B_3の座標と，直線A_3B_3と x 軸のなす角 β を求めよ。

ただし，$0 \leqq \beta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(ⅲ) 線分A_1B_1の長さ，線分A_2B_2の長さ，線分A_3B_3の長さをそれぞれ，p，q，r とするとき，$\left(\dfrac{q}{p}\right)^2$ と $\left(\dfrac{r}{q}\right)^2$ を求めよ。

(ⅳ) 線分A_4B_4の長さを s とするとき，$\dfrac{s^2}{16}$ を求めよ。

(ⅴ) 点D_4の座標を求めよ。

【以下余白】