2019年度

A　数　学　問　題

注　意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています。ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。）
3．この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

I．次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) 等式 $2ax(3x+8)+3bx(x+2)-3(3x+8)(x+2)=18x^2-12x-48$ が x についての恒等式となるように定数 a，b を定めると，$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{(2k-1)(2k+1)}$ を n の式で表すと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(iii) 三角形ABCにおいて，AB＝5，BC＝4，AC＝6 である。このとき，内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(iv) 曲線 C：$y=3x^3+6x^2-2x$ と直線 $y=x+6$ の共有点のうち，x 座標が最も大きい点をPとする。曲線 C のPにおける接線の方程式を，定数 a，b を用いて $y=ax+b$ と表せば，$a=\boxed{\text{オ}}$，$b=\boxed{\text{カ}}$ である。

(v) $0<\theta<\dfrac{\pi}{8}$ の範囲で，$\sin 8\theta=\sin 7\theta$ となる θ は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(vi) 整式 $x^3+ax^2+bx+10$ は，$x+5$ で割り切れ，$x-1$ で割ると4余る。このとき，$a=\boxed{\text{ク}}$，$b=\boxed{\text{ケ}}$ である。

(vii) 正の数 x，y が $xy=16$ を満たすとき，$(\log_2 x)^3+(\log_2 y)^3$ の最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(viii) 放物線 $y=x^2-2$ と直線 $y=x$ で囲まれた図形のうち，$x\leqq 0$ の部分の面積を S，$x\geqq 0$ の部分の面積を T とする。このとき，$\dfrac{S}{T}=\boxed{\text{サ}}$ である。

II. 白玉，赤玉，青玉，黄玉，緑玉の５色の玉がある。箱Ａにはこれら５色の玉をそれぞれ１個ずつ入れてあり，箱Ｂにもこれら５色の玉をそれぞれ１個ずつ入れてある。箱Ｃにはこれら５色の玉をそれぞれ２個ずつ入れてある。このとき，次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i)　箱Ａ，箱Ｂからそれぞれ１個ずつ玉を取り出すとき，どちらか１個だけが白玉である確率を求めよ。

(ii)　箱Ａ，箱Ｂからそれぞれ１個ずつ玉を取り出すとき，２個の玉が同じ色である確率を求めよ。

(iii)　箱Ｃから玉を同時に２個取り出すとき，２個の玉が同じ色である確率を求めよ。

(iv)　箱Ｃから玉を同時に５個取り出すとき，取り出した玉の色が５種類である確率を求めよ。

(v)　箱Ｃから玉を同時に５個取り出すとき，取り出した玉の色が４種類である確率を求めよ。

Ⅲ. 座標平面上に4点O(0, 0), A(5, 0), B(5, 4), C(0, 4) を頂点とする長方形OABCがある。辺AB上に点P(5, p), 辺BC上に点Q(q, 4) をとる。ただし, $0 < p < 4$, $0 < q < 5$ とする。また, 3点O, P, Qを頂点とする三角形OPQの面積を S とし, $\angle \mathrm{POQ} = \theta$ とする。このとき, 次の問(i)〜(v)に答えよ。解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) S を p, q を用いて表せ。

(ii) $S = 9$ のとき, p を q を用いて表せ。

(iii) $S = 9$ のとき, q の値の範囲を求めよ。

(iv) $S = 9$ のとき, $\dfrac{1}{\sin\theta}$ を q を用いて表せ。

(v) $S = 9$ のとき, $\sin\theta$ の最大値と, そのときの q の値をそれぞれ求めよ。

【以下余白】