2018年度

# O 数 学 問 題

## 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2. 解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています. ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています. 試験開始後, ただちにページ数を確認してください. なお, 問題番号はⅠ～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので, 出席票の受験番号が, あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し, 出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください. なお, 出席票は切り離さないでください.
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し, その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったり, 傷つけたりしないように注意してください.
7. 計算には, この問題冊子の余白部分を使ってください.
8. この問題冊子は持ち帰ってください.

I．次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ．

（i）　$a$ を正の数とする．2次方程式 $x^2 - ax + 1 = 0$ が $p - q = 1$ を満たす実数解 $p$ と $q$ を持つとき，$a =$ $\boxed{\text{ア}}$ ，$p =$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

（ii）　$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする．$\tan\theta = \dfrac{3}{4}$ のとき，$\sin 2\theta$ の値は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，$\cos 2\theta$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である．

（iii）　座標平面上の原点Oと2点（2，4），（－3，3）を頂点とする三角形の面積は $\boxed{\text{オ}}$ である．

（iv）　$\dfrac{1}{5-\sqrt{19}}$ の整数部分を $\alpha$ ，小数部分を $\beta$ とするとき，$\alpha - 6\beta =$ $\boxed{\text{カ}}$ である．

（v）　2028の正の約数の個数は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 個である．

（vi）　方程式 $\log_2(x-1) + \log_2(2x+1) = 1$ の解は $x =$ $\boxed{\text{ク}}$ である．

（vii）　5人の大人A，B，C，D，Eと3人の子どもa，b，cが1列に並ぶとき，両端が大人となり，かつ子ども3人が続くような並び方は $\boxed{\text{ケ}}$ 通りである．

（viii）　関数 $f(t)$ が等式 $\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt = 3x^2 - 12x + 12$ を満たすときの $a$ の値は $\boxed{\text{コ}}$ である．

**II.** 数列 $\{a_n\}$ は，$a_1 = 2$，$a_2 = 5$，$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$ （$n = 1, 2, 3, \cdots$）を満たしているとする．このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ⅰ) $a_3$ と $a_4$ の値をそれぞれ求めよ．

(ⅱ) すべての自然数 $n$ について $a_{n+2} - a_{n+1} = c(a_{n+1} - a_n)$ を満たす定数 $c$ を求めよ．

(ⅲ) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とするとき，$b_n$ を $n$ を用いて表せ．

(ⅳ) $n \geqq 2$ のとき，$\sum_{k=1}^{n-1} b_k$ を求めよ．

(ⅴ) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

**Ⅲ.** 座標平面上に2つの放物線 $C_1$ : $y = x^2 - 1$ , $C_2$ : $y = -(x - t)^2 + 1$ がある．ただし，$-2 < t < 2$ とする．このとき，$C_1$ と $C_2$ は異なる2つの共有点を持つ．その共有点の $x$ 座標を $\alpha$ , $\beta$ $(\alpha < \beta)$ とする．次の問(ⅰ)～(ⅳ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ⅰ) $\alpha + \beta$ , $\alpha\beta$ , $\beta - \alpha$ を $t$ を用いてそれぞれ表せ．

(ⅱ) $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ を $t$ を用いて表せ．

(ⅲ) $C_1$ と $C_2$ で囲まれる部分の面積 $S$ を $t$ を用いて表せ．

(ⅳ) (ⅲ)で求めた面積 $S$ の最大値とそのときの $t$ の値をそれぞれ求めよ．

【以下余白】