

2015年度

H 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄アークに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ が, $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}, |\vec{c}| = |\vec{a} - t\vec{b}|$ の関係を満たすとき, $|\vec{c}|$ の最小値は である. ただし, t は実数とする.

(ii) 整式 $f(x)$ を $x + 5$ で割ると余りが -11 , $(x + 2)^2$ で割ると余りが $x + 3$ となる. このとき, $f(x)$ を $(x + 5)(x + 2)^2$ で割ると余りは である.

(iii) 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A, B について, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 3\}, A \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$ であるとき, 集合 $A =$ である. ただし, \bar{A} は A の補集合, \bar{B} は B の補集合とする.

(iv) さいころを 4 回投げるとき, 偶数の目がちょうど 2 回出る確率は である.

(v) ある細菌は 1 時間毎に分裂して個数が 2 倍になる. 最初に 10 個あるとき, 100 万個を初めて超えるのは 時間後である. ただし, $\log_{10} 2 = 0.301$ とし, 整数で答えよ.

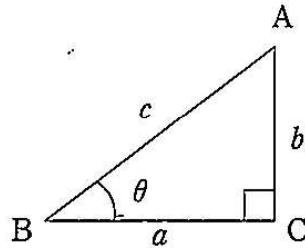
(vi) 複素数 $z = a + i$ について, z^4 が実数となるとき, z^4 のとりうる値は である. ただし, a は実数であり, i は虚数単位とする.

(vii) 関数 $f(x)$ が $f'(x) = 3x + 2$ と $\int_0^2 f(x) dx = 4$ をともに満たすとき, $f(x) =$ である.

(viii) $\sum_{k=1}^{25} (2k - 1)^2$ の値は である.

- Ⅱ. 図のように $\angle ACB$ が直角である直角三角形 ABC があり, $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$,
 $\angle ABC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$), $t = \tan \frac{\theta}{2}$ とする. このとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ.

解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書きなさい.



- (i) $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$ をそれぞれ t を用いて表せ.
- (ii) $\frac{b}{a+c}$ を t を用いて表せ.
- (iii) $\frac{b}{c} = \frac{12}{13}$ となる t の値を求めよ.
- (iv) a, b, c を適当に並び換えると等差数列になるときの $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$ の値の組をすべて求めよ.

Ⅲ. 座標平面上の2つの直線 l_1, l_2 と円 C を, $l_1: 3x - y - 1 = 0$, $l_2: x + 3y - 3 = 0$,

$C: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ と定めるとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書きなさい.

(i) 直線 l_1 と直線 l_2 の交点の座標を求めよ.

(ii) 円 C と直線 l_1 との共有点の座標を求めよ.

(iii) 円 C と直線 l_2 との共有点の座標を求めよ.

(iv) 連立不等式

$$\begin{cases} (3x - y - 1)(x + 3y - 3) \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 \leq 0 \end{cases}$$

の表す領域の面積を求めよ.

【以下余白】

