2015年度

A　数　学　問　題

注　意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．
（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は８ページまでとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください．なお，出席票は切り離さないでください．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

I．次の空欄ア～シに当てはまる数または式を記入せよ．

(i) 式 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ を展開したときの xyz の係数は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(ii) 実数 x, y が $\dfrac{i}{1+xi}+\dfrac{x+2}{y+i}=0$ を満たすとき，$x=\boxed{\text{イ}}$，$y=\boxed{\text{ウ}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

(iii) 定積分 $\displaystyle\int_{-2}^{2} x|x-1|\,dx$ を求めると $\boxed{\text{エ}}$ である．

(iv) $2^{\frac{1}{2}}$, $3^{\frac{1}{3}}$, $5^{\frac{1}{5}}$ の大小関係は $\boxed{\text{オ}} < \boxed{\text{カ}} < \boxed{\text{キ}}$ である．

(v) 不等式 $(\log_2 x)^2+\log_2\dfrac{x}{2}<1$ を満たす x の範囲は $\boxed{\text{ク}}$ である．

(vi) 半径1の円に内接する正 n 角形の周の長さは $\boxed{\text{ケ}}$ である．

(vii) 座標空間における3点A$(1,-1,5)$，B$(4,5,2)$，C$(a,b,0)$ が一直線上にあるとき，$a=\boxed{\text{コ}}$，$b=\boxed{\text{サ}}$ である．

6 9

(viii) 円 $x^2+y^2=1$ と直線 $y=kx+2$ $(k>0)$ が接するとき，その接点の座標は $\boxed{\text{シ}}$ である．

Ⅱ．a と b は１以上５以下の自然数とし，放物線 $C: y = -x^2 + ax - b$ を定める．このとき，次の問(ｉ)～(iv)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書きなさい．

(ｉ) 放物線 C が x 軸と相異なる２点で交わるような (a, b) の組は何通りあるか求めよ．

(ii) 放物線 C が x 軸と相異なる２点で交わり，それらの x 座標がともに整数であるような (a, b) の組は何通りあるか求めよ．

(iii) (ii)のとき，放物線 C と x 軸の２つの交点の間の距離の最大値と，そのときの (a, b) の組を求めよ．

(iv) k は自然数であり，直線 $y = kx + 1$ は放物線 C と接している．このときの k の最大値と，k を最大にする (a, b) の組を求めよ．

Ⅲ. 次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ を考える.

$$a_1=4\ ,\ a_{n+1}=\frac{1}{2}\{3+(-1)^n\}a_n-1 \qquad (n=1,2,\cdots)$$

このとき, 次の問(i)～(iv)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書きなさい.

(i) 奇数番目の項のみからなる数列を $\{b_n\}$, 偶数番目の項のみからなる数列を $\{c_n\}$, とする. つまり, $b_n=a_{2n-1}$, $c_n=a_{2n}$ とする. b_{n+1}, c_n, b_n が次の関係式を満たすとき, 定数 A, B, C, D の値をそれぞれ求めよ.

$$\begin{aligned} b_{n+1}&=Ac_n+B \\ c_n&=Cb_n+D \end{aligned} \qquad (n=1,2,\cdots)$$

(ii) (i)において c_n を消去し, b_{n+1} を b_n を用いて表せ.

(iii) 数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項をそれぞれ n を用いて表せ.

(iv) 数列 $\{a_n\}$ の第1項から第 $2k$ 項までの和 S_{2k} を k を用いて表せ.

【以下余白】