

2013年度

K 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 等差数列 $\{a_n\}$ において、初項から第10項までの和が -8 、初項から第21項までの和が 14 である。この数列の初項 a_1 は で、公差は である。

(ii) $2 \log_3 4 + \log_3 5 - \log_3 8 = \log_3 x$ の解は $x =$ である。

(iii) $x = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$ のとき、 $x^3 + y^3$ の値は である。

(iv) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ となる自然数の組 (x, y) で $x \geq y$ を満たすものをすべてあげると $(x, y) =$ である。

(v) 正の数 k と角 θ に対して、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ が2次方程式 $5x^2 - kx + 2 = 0$ の解となるような k の値は である。

(vi) 三角形ABCにおいて、 $\frac{\sin A}{\sqrt{2}} = \frac{\sin B}{2} = \frac{\sin C}{1 + \sqrt{3}}$ であるとき、 $\cos C$ の値は である。

(vii) 整式 $P(x)$ を $2x^2 + 9x - 5$ で割ると余りが $3x + 5$ であり、 $x - 2$ で割ると余りが -3 であるとき、 $P(x)$ を $x^2 + 3x - 10$ で割ると、余りは である。

(viii) 座標空間内に4点 $A(-1, 2, 1)$, $B(-1, -1, 4)$, $C(1, -1, 1)$, $D(x, y, z)$ がある。これら4点が同一平面上にあり、かつこれらを頂点とする四角形がひし形であるのは、 $(x, y, z) =$ のときである。

Ⅱ. 座標平面上に放物線 $C: y = x^2 + (2 - a)x + 3 - a$ がある. 放物線 C 上の点 $P(-1, 2)$ における接線を l とする. このとき, 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 直線 l の方程式を a を用いて表せ.

(ii) 直線 l が x 軸の正の部分と交わり, かつ y 軸の正の部分と交わるような a の値の範囲を求めよ.

(iii) a の値が(ii)で求めた範囲にあるとする. x 軸, y 軸, 直線 l で囲まれる三角形の面積を S_1 とし, また, y 軸, 直線 l , 放物線 C で囲まれる図形の面積を S_2 とする. $S_1 = 3S_2$ となるとき, a の値を求めよ.

Ⅲ. 図のように、8本の平行な線分と、それらと垂直に交わる8本の平行な線分が、それぞれ長さ1の間隔で並んでいる。これらの線分のうち4本で囲まれる四角形について、次の問(i)~(v)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) 一辺の長さが6の正方形の個数を求めよ。
- (ii) 一辺の長さが5の正方形の個数を求めよ。
- (iii) すべての正方形の個数を求めよ。
- (iv) すべての長方形のうち正方形でないものの個数を求めよ。
- (v) 正方形でない長方形のうち、図の点Aを含まないものの個数を求めよ。

