

2011年度

U 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～セに当てはまる数を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $(x+1)^5$ の x^3 の係数は である。

(ii) 中心を O とする円の円周上に異なる 2 点 A, B があり, $AB=3$ とするとき, \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AO} の内積は, である。

(iii) $y = x^2 + px + q$ ($pq \neq 0$) のグラフが点 $(1, 1)$ を通り, x 軸に接するとき, $p =$, $q =$ である。

(iv) 120 人の学生の通学手段について調査したところ, 電車を利用する学生が 83 人, バスを利用する学生が 48 人, 電車もバスも利用しない学生が 28 人であった。電車とバスの両方を利用する学生は 人である。

(v) A, B, C, D, E, F の 6 枚のカードをよくきって, 6 枚を 1 列に並べるとき, A と B が隣り合う確率は である。

(vi) 2 次方程式 $x^2 - 4x - 2 = 0$ の解を α, β とする。 $\frac{\alpha^2}{\beta}$ と $\frac{\beta^2}{\alpha}$ を解とする 2 次方程式を $x^2 + px + q = 0$ とするとき, $p =$, $q =$ である。

(vii) 方程式 $\log_2 \sqrt[3]{x} - \log_4 4x^3 + 8 = 0$ の解は $x =$ である。

(viii) $x + x^{-1} = 7$ のとき, $x^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{4}}$ は である。ただし, $x > 0$ とする。

(ix) 100 以下の自然数の中で, 4 で割ると 1 余る数の総和は である。

(x) $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。 $f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$, $f(1) = 0$ を満たすとき, $f(x)$ を $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ とおくと, $p =$, $q =$, $r =$ である。

II. 整式 $P(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると余りが $5x+2$, $x-2$ で割ると余りが 3 となる.

このとき, 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った余りを求めよ.

(ii) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った余りを求めよ.

(iii) $P(x)$ が5次式で, $P(0) = -1$, $P(1) = -5$, $P(-2) = 11$ を満たすもの

とする. このとき, $P(x)$ を求めよ.

Ⅲ. 座標平面上の放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、その頂点を O とし、この放物線上に異なる 2 点 A, B をとる。また A, B は頂点 O と異なる点で、 $\angle AOB$ が直角になるものとする。点 A, B の x 座標をそれぞれ a, b とし、 $a + b = t$ として、次の問 (i) ~ (iv) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $\angle AOB$ が直角となる条件を a, b を用いて表せ。

(ii) t を用いて直線 AB の方程式を求めよ。

(iii) 頂点 O から直線 AB におろした垂線が、直線 AB と交わる点を H とするとき、 t を用いて直線 OH の方程式を求めよ。

(iv) A, B が放物線上を動くとき、 t を用いて点 H の座標を求めよ。

【以下余白】

