

2014年度

U 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。）
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $(\log_3 x)(\log_3 9x) - 6 \log_9 x - 6 = 0$ を満たす x の値をすべて求めると、

である。

(ii) 座標平面上に点 $A(1, 1)$, $B(3, 7)$, $C(-1, 5)$ がある。このとき、点 C を

通り直線 AB と直交する直線の方程式は $y =$ である。

(iii) 実数 x が方程式 $(1+i)x^2 - (5+i)x + 6 - 2i = 0$ を満たすとき、 $x =$

である。ただし、 i は虚数単位とする。

(iv) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $\tan \theta = \sqrt{7}$ のとき、 $\sin \theta =$ である。

(v) 3つのさいころを同時に投げたとき、出た目の最小値が5となる確率は

である。

(vi) 整式 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は $x^2 - 3x + 2$ で割ったときの余りが

$-2x + 7$ であり、関数 $y = P(x)$ は $x = 1$ で極値をとる。このとき、

$a =$, $b =$, $c =$ である。

(vii) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{5}$ のとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ である。

(viii) 直線 $y = 2x + k$ が円 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ と共有点をもつとき、

$\leq k \leq$ である。

II. メダル1個を入れて、「一等賞」か「二等賞」か「はずれ」が出るゲーム機がある。一等賞だとメダル10個が戻り、二等賞だとメダル2個が戻り、はずれだとメダルは戻らない。二等賞が出る確率を p 、はずれが出る確率を q とする。このとき、次の問(i)~(v)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) メダルを1個もっている人が、1回ゲームをする。ゲーム終了後、手にしているメダルの個数の期待値を p と q を用いて表せ。

(ii) メダルを2個もっている人が、2回ゲームをする。ゲーム終了後、12個のメダルを手にしている確率を p と q を用いて表せ。

(iii) メダルを3個もっている人が、3回ゲームをする。ゲーム終了後、12個のメダルを手にしている確率を p と q を用いて表せ。

(iv) メダルを5個もっている人が、5回ゲームをする。ゲーム終了後、10個のメダルを手にしている確率を p と q を用いて表せ。

(v) メダルを5個もっている人が、メダルがなくなるまでゲームをする。ちょうど7回目でゲームが終了する確率を p と q を用いて表せ。

Ⅲ. 2次関数 $f(x)$ は, $\int_y^{y+2} f(x) dx = 2y^2 + 4y + 2$ を満たすとする. このとき, 次の

問(i)~(iv)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $f(x)$ を求めよ.

(ii) 数列 $\{a_n\}$ を

$$\int_1^{n+1} f(x) dx = \sum_{k=1}^n a_k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となるように定める. 数列 $\{a_n\}$ の一般項を n を用いて表せ.

(iii) (ii)で求めた数列 $\{a_n\}$ について,

$$\sum_{k=1}^m ka_k \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

を m を用いて表せ. ただし因数分解された形で解答すること.

(iv) (ii)で求めた数列 $\{a_n\}$ について,

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{a_k} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

を m を用いて表せ.

【以下余白】

