2012年度

K 数学問題

注意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています. HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています. 試験開始後, ただちにページ数を確認してください. なお, 問題番号はⅠ～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので, 出席票の受験番号が, あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し, 出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください. なお, 出席票は切り離さないでください.
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し, その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったり, 傷つけたりしないように注意してください.
7. 計算には, この問題冊子の余白部分を使ってください.
8. この問題冊子は持ち帰ってください.

Ⅰ．次の空欄ア〜シに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 方程式 $x^3-4x^2+ax+b=0$ の1つの解が $1-2i$ であるとき，実数解は $\boxed{\text{ア}}$ であり，$a=\boxed{\text{イ}}$，$b=\boxed{\text{ウ}}$ である．ただし，定数 a，b は実数とし，i は虚数単位とする．

(ii) サイコロを続けて2回振り，最初に出た目が a，次に出た目が b ならば座標平面上に直線 $l: y=ax-b$ を描く．この試行において，直線 l が放物線 $y=x^2$ と相異なる2点で交わる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．

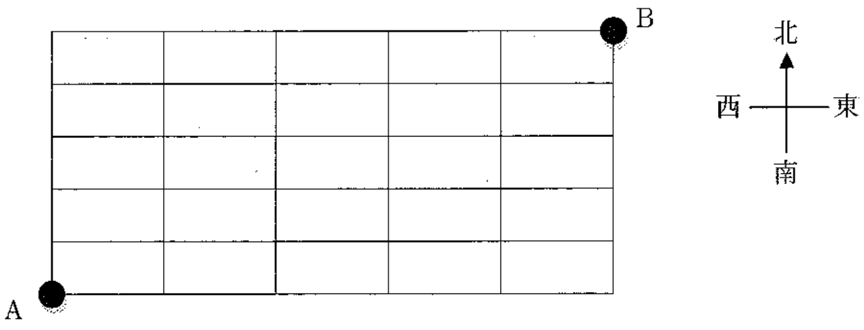
(iii) 不等式 $x^2+y^2+6x+4y-12 \leqq 0$ の表す領域の面積は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(iv) $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ であるとき，$x^3+y^3-2xy^2=\boxed{\text{カ}}$ である．

(v) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\sqrt{3}\cos\theta-\sin\theta=r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると，$r=\boxed{\text{キ}}$，$\alpha=\boxed{\text{ク}}$ である．ただし，$0 \leqq \alpha < 2\pi$ とする．

(vi) 実数からなる数列 $\{a_n\}$ が $a_{n+1}^3=2a_n^2$，$a_1=4$ を満たすとき，$\log_2 a_n=\boxed{\text{ケ}}$ である．

(vii) 図のように東西6本，南北6本の道路で区画された場所がある．南西の端の地点Aから北東の端の地点Bへ行く最短ルートは $\boxed{\text{コ}}$ 通りある．



(viii)　3次関数 $f(x) = x^3 - 3a^2x + b$ $(a > 0)$ が極大値13と極小値 -19 を持つならば $a =$ $\boxed{\text{サ}}$, $b =$ $\boxed{\text{シ}}$ である.

Ⅱ．２次関数 $F(x)$ について，次の問(ｉ)～(ⅲ)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ｉ) ２次方程式 $F(x)=0$ は２つの解２，-3 を持ち，$F(5)=12$ を満たす．このとき，$F(x)$ を求めよ．

(ⅱ) (ｉ)で求めた $F(x)$ が関数 $f(x)$ を用いて

$$F(x)=2\int_a^x f(t)\,dt$$

と表されるとき，関数 $f(x)$ と定数 a の値をすべて求めよ．

(ⅲ) 座標平面において，曲線 $y=F(x)$ と曲線 $y=f(x)$ とで囲まれる領域の面積を求めよ．

Ⅲ. 座標平面上に２点A$(-1, 3)$，B$(5, 15)$と直線 l が与えられており，２点A，Bは直線 l に関して対称な位置にある．直線 l が y 軸と交わる点をCとし，線分ABの中点をMとする．線分MA上に，点Mと異なる点Pをとる．このとき次の問(ⅰ)〜(ⅳ)に答えよ．

(ⅰ) 点Mの座標と直線ABの方程式を求めよ．

(ⅱ) 直線 l の方程式を求めよ．

(ⅲ) 点Pの x 座標を t とする．$\angle \mathrm{PCM} = \theta$ とおくとき，$\cos\theta$ を t を用いて表せ．

(ⅳ) 直線 l に関して，点Pと対称な点をQとする．三角形PCQが正三角形となるとき，t の値を求めよ．