2012年度

Db 数　学　問　題

注　意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2. 解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています. ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています. 試験開始後, ただちにページ数を確認してください. なお, 問題番号はⅠ～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので, あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください.
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し, その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を破ったり, 傷つけたりしないように注意してください.
7. 計算には, この問題冊子の余白部分を使ってください.
8. この問題冊子は持ち帰ってください.

Ⅰ. 次の空欄ア～キに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) $0 \leqq \theta < \pi$ の範囲で，$\cos^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta - \sin^2\theta$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，そのときの θ の値は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(ii) $\dfrac{a^x - a^{-x}}{2} = 1$ のとき，$x = \log_a y$ と表せば，$y = \boxed{\text{ウ}}$ である．ただし，$a > 0$，$a \neq 1$ とする．

(iii) さいころを3回投げ，出た目を順に，百の位，十の位，一の位にして3桁の自然数をつくる．このとき，この自然数が6で割り切れ，さらに桁の並びを逆にしても6で割り切れる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(iv) 最高次の係数が1の整式 $P(x)$ で，条件 $P(2) = 0$，$P(0) = 1$，$P(1) = 2$ をみたすもののうち，最も次数の低いものは $P(x) = \boxed{\text{オ}}$ である．

(v) 座標平面上の3点O(0，0)，A(4，0)，B(6，2)を頂点とする三角形OABの外心の座標は ($\boxed{\text{カ}}$ ，$\boxed{\text{キ}}$) である．

II. 正の数 a に対して，空間内の３点A$\left(\frac{1}{\sqrt{a}},\ 0,\ 0\right)$，B$(0,\ \sqrt{a},\ 0)$，C$(0,\ 0,\ \sqrt{a})$ を頂点とする三角形ABCが与えられている．このとき，次の問(ｉ)～(iv)に答えよ．

(ｉ) 三角形ABCの３辺の長さAB，BC，CAを a で表せ．

(ii) $\angle$BACを θ とおく．$\cos\theta$ を a で表せ．

(iii) 三角形ABCの面積 S を a で表せ．

(iv) $\dfrac{S}{\mathrm{BC}}$ が最小値をとるときの a の値とその最小値を求めよ．

III. 曲線 $y=x^3-x$ を C_1 とし，放物線 $y=x^2+ax+b$ を C_2 とする．また，放物線 C_2 の頂点の座標は $(t,\ -t^2)$ である．このとき，次の問(ｉ)～(iv)に答えよ．

(ｉ) 関数 $f(x)=x^3-x$ の極値を求めよ．

(ii) a を t で表せ．

(iii) 曲線 C_1 と放物線 C_2 が異なる共有点をちょうど2個もつ t の値が2つある．それらの値 t_1, t_2 $(t_1<t_2)$ を求めよ．

(iv) $t=t_1$ のとき，曲線 C_1 と放物線 C_2 によって囲まれた領域の面積を求めよ．

【以下余白】