2015年度

$\mathrm{E_a}$ 物 理 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています。ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3．この問題冊子は12ページまでとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

マーク・センス法についての注意

マーク・センス法とは，鉛筆でマークした部分を機械が直接よみとって採点する方法です。

1．マークは，下記の記入例のようにＨＢの黒鉛筆で枠の中をぬり残さず濃くぬりつぶしてください。
2．１つのマーク欄には１つしかマークしてはいけません。
3．訂正する場合は消しゴムでよく消し，消しくずはきれいに取り除いてください。

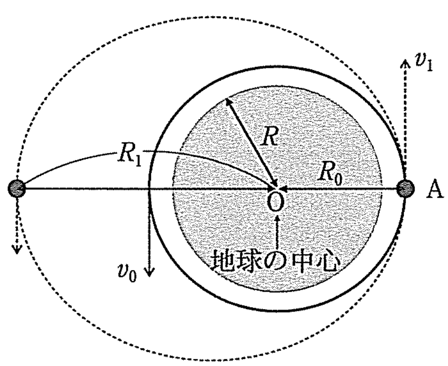
マーク記入例： | A | 1 2 3 4 5 | （3と解答する場合）

Ⅰ．次の文を読み，下記の設問１・２に答えよ。解答は解答用紙の所定欄にしるせ。ただし，万有引力定数を G とする。

地球（質量 M，半径 R）を周回する人工衛星（質量 m）の運動を考える。空気抵抗は無視できるものとする。はじめ，半径 R_0 の等速円運動をしていたとすると，このときの人工衛星の速さは $v_0 =$ $\boxed{\text{イ}}$ である。また，無限遠を基準にした万有引力による位置エネルギーを U とすると，人工衛星の運動エネルギーは $\boxed{\text{ロ}}$ である。

図のように，点Aで質量 αm（$0 < \alpha < 1$）を持つ小物体を人工衛星から射出したところ，その小物体は初速度０で直線AOに沿って地球に落下した。このとき小物体射出直後の人工衛星の速さは $v_1 =$ $\boxed{\text{ハ}}$ である。小物体の射出後，人工衛星は短半径 R_0，長半径 R_1 の楕円軌道に入った。ここで，$\beta = \dfrac{R_0}{R_1}$ と定義すると，β は α のみの関数となり，$\beta =$ $\boxed{\text{ニ}}$ である。ただし，楕円軌道が実現するためには，$\alpha <$ $\boxed{\text{ホ}}$ の条件を満たして人工衛星の力学的エネルギーが負の値をとる必要がある。

次に，地球を周回する人工衛星（質量 m）の運動について，大気（密度 ρ）の影響を考える。この人工衛星は，速さ v のとき速度ベクトルと反対の向きに $\rho v^2 S$ の大きさの空気抵抗による力を受ける。ここで S は空力面積と呼ばれ，空気抵抗に対する人工衛星の実効的な面積を表す。大気密度はここで考える高度の範囲では一定であるとする。抗力は地球からの引力にくらべて充分に小さく，人工衛星が周回を重ねるごとに徐々に高度を下げる場合を考える。なお，任意の１周回において，人工衛星は等速円運動をしているとみなして良い。１周回の間に人工衛星が大気にする仕事の大きさは $\boxed{\text{あ}}$ であり，これは人工衛星の高度にかかわらず一定である。半径 r_0 で周回していた人工衛星が，その n 周後に軌道半径 r_n（ただし $r_n > R$）まで落ちてきた。n，S，ρ，m，r_0 のうち必要な量を用いて r_n を表すと，$r_n =$ $\boxed{\text{い}}$ となる。



1．文中の空所 $\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{ホ}}$ にあてはまる数式または数値としてもっとも適当なものを，それぞれ対応するａ～ｆから１つずつ選び，その記号をマークせよ。

$\boxed{\text{イ}}$

a．$\sqrt{\dfrac{GM}{R_0}}$　　b．$\sqrt{\dfrac{2GM}{R_0}}$　　c．$\sqrt{\dfrac{Gm}{R_0}}$

d．$\sqrt{\dfrac{2Gm}{R_0}}$　　e．$\sqrt{\dfrac{Gm}{R_0-R}}$　　f．$\sqrt{\dfrac{GM}{R_0-R}}$

$\boxed{\text{ロ}}$

a．$\dfrac{U}{2}$　　b．$-\dfrac{U}{2}$　　c．U

d．$-U$　　e．$2U$　　f．$-2U$

$\boxed{\text{ハ}}$

a．$(1+\alpha)v_0$　　b．$\dfrac{v_0}{1-\alpha^2}$　　c．$\dfrac{v_0}{1+\alpha}$

d．$\dfrac{v_0}{1-\alpha}$　　e．$\dfrac{(1+\alpha)v_0}{1-\alpha}$　　f．$\dfrac{v_0}{(1-\alpha)^2}$

$\boxed{\text{ニ}}$

a．$2\alpha^2+1$　　b．$3\alpha^2+1$　　c．$3\alpha^2-\alpha+1$

d．$2\alpha^2-4\alpha+1$　　e．$\alpha^2-4\alpha+1$　　f．$\alpha^2-\alpha+1$

$\boxed{\text{ホ}}$

a．1　　b．$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　c．$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

d．$\dfrac{1}{3}$　　e．$1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　f．$1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

2．文中の空所 $\boxed{\text{あ}}$ ・ $\boxed{\text{い}}$ それぞれにあてはまる数式をしるせ。

II．次の文を読み，下記の設問1・2に答えよ。解答は解答用紙の所定欄にしるせ。ただし，気体定数を R とする。

図のように n〔mol〕の単原子分子理想気体が滑らかに動くピストンによって断面積 S のシリンダー内に密閉されている。シリンダーの中心軸は xy 平面（水平面）に置かれ，原点を中心としてこの平面上で回転させることができる。シリンダーと x 軸がなす角度を θ とする。ただし，角度は反時計回りを正の向きとする。y 軸の正の向きに大きさ E の一様な電場がかかっており，また，ピストンには電荷 q（$q > 0$）が蓄えられている。なお，シリンダーとピストンは絶縁されており，ピストン以外は帯電していない。外気の圧力を P_0 とする。

$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，シリンダー内の気体の圧力は αP_0 であった。電場の大きさ E を，α，P_0，S，q を用いて表すと $E =$ $\boxed{\text{あ}}$ となる。

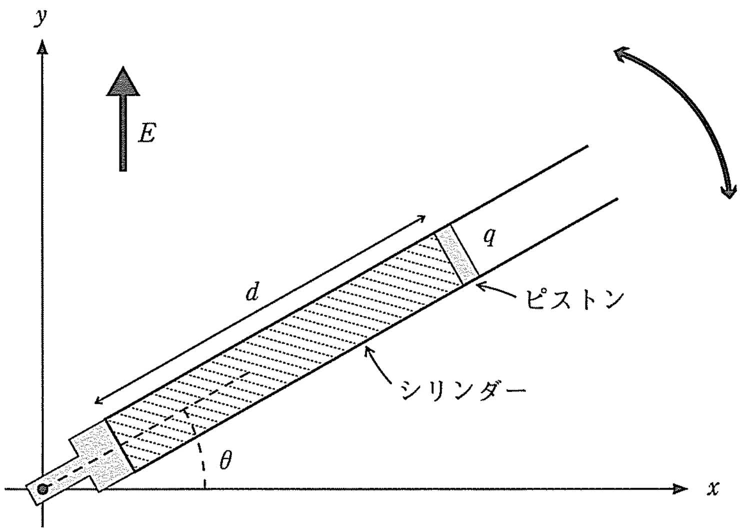
$\theta = 0$ のとき，シリンダーの底面からピストンまでの距離 d は L_0 であった（状態A）。この状態を初期状態とし，以下のように状態B，C，Dを経て状態Aに戻るようなサイクルを考える。

まず，シリンダーを断熱材で覆い，$\theta = \theta_1$ まで回転させたところ，シリンダー内の気体の圧力は βP_0，$d = L_1$ となった（状態B）。β を α と θ_1 を用いて表すと $\beta =$ $\boxed{\text{い}}$ となる。また，このときの温度 T_1 は $\boxed{\text{イ}}$，この過程で気体がした仕事 W_1 は $\boxed{\text{ロ}}$ である。

次に，$\theta = \theta_1$ のまま断熱材を外して気体をゆっくり加熱したところ，気体は膨張し，$d = L_2$ となった（状態C）。この過程で気体に流れ込んだ熱量 Q_2 は $\boxed{\text{ハ}}$ である。

再びシリンダーを断熱材で覆い，$\theta = 0$ まで戻したところ，$d = L_3$ となった（状態D）。この過程で気体の内部エネルギーは $\Delta U =$ $\boxed{\text{ニ}}$ だけ変化した。続いて，断熱材を外して気体をゆっくり冷却し，$d = L_0$ に戻した（状態A）。

このサイクルの熱効率 e を β，L_0，L_1，L_2，L_3 を用いて表すと $e = 1 -$ $\boxed{\text{う}}$ となる。



図

1．文中の空所 $\boxed{\text{あ}}$ ～ $\boxed{\text{う}}$ それぞれにあてはまる数式をしるせ。

2．文中の空所 $\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{ニ}}$ にあてはまる数式としてもっとも適当なものを，それぞれ対応する a ～ f から 1 つずつ選び，その記号をマークせよ。

$\boxed{\text{イ}}$

a．$\dfrac{P_0SL_1}{nR}$　　b．$\dfrac{\beta P_0SL_1}{nR}$　　c．$\dfrac{3}{2}\dfrac{\beta P_0SL_1}{nR}$

d．$\dfrac{P_0SL_1\sin\theta_1}{nR}$　　e．$\dfrac{\beta P_0SL_1\sin\theta_1}{nR}$　　f．$\dfrac{P_0SL_1\cos\theta_1}{nR}$

$\boxed{\text{ロ}}$

a．$P_0S(L_0-L_1)$　　b．$\dfrac{3}{2}P_0S(L_0-L_1)$　　c．$\dfrac{5}{2}P_0S(L_0-L_1)$

d．$P_0S(L_0-\beta L_1)$　　e．$\dfrac{3}{2}P_0S(L_0-\beta L_1)$　　f．$\dfrac{5}{2}P_0S(L_0-\beta L_1)$

$\boxed{\text{ハ}}$

a．$\beta P_0S(L_2-L_1)$　　b．$\dfrac{3}{2}\beta P_0S(L_2-L_1)$　　c．$\dfrac{5}{2}\beta P_0S(L_2-L_1)$

d．$P_0S(L_2-\beta L_1)$　　e．$\dfrac{3}{2}P_0S(L_2-\beta L_1)$　　f．$\dfrac{5}{2}P_0S(L_2-\beta L_1)$

$\boxed{\text{ニ}}$ a. $\beta P_0 S(L_3 - L_2)$ b. $\frac{3}{2}\beta P_0 S(L_3 - L_2)$ c. $\frac{5}{2}\beta P_0 S(L_3 - L_2)$

d. $P_0 S(L_3 - \beta L_2)$ e. $\frac{3}{2} P_0 S(L_3 - \beta L_2)$ f. $\frac{5}{2} P_0 S(L_3 - \beta L_2)$

Ⅲ. 次の文A～Cを読み，それぞれに対応する下記の設問1～4に答えよ。解答は解答用紙の所定欄にしるせ。

A．質量 M の台車に糸の長さ l，おもりの質量 m の振り子が吊されている。図1のように，この台車が傾斜角 α の滑らかな斜面を下っているときに前後に振り子を揺らすと，鉛直下方向に対して角度 ϕ = $\boxed{\text{あ}}$ をなす方向を中心として周期 $\boxed{\text{イ}}$ で微小振動した。ただし，M は m よりも充分大きいとし，糸の重さは無視できるとする。また，重力加速度を g とし，角度 ϕ は台車の進行方向に対して後ろ向きにはかることとする。

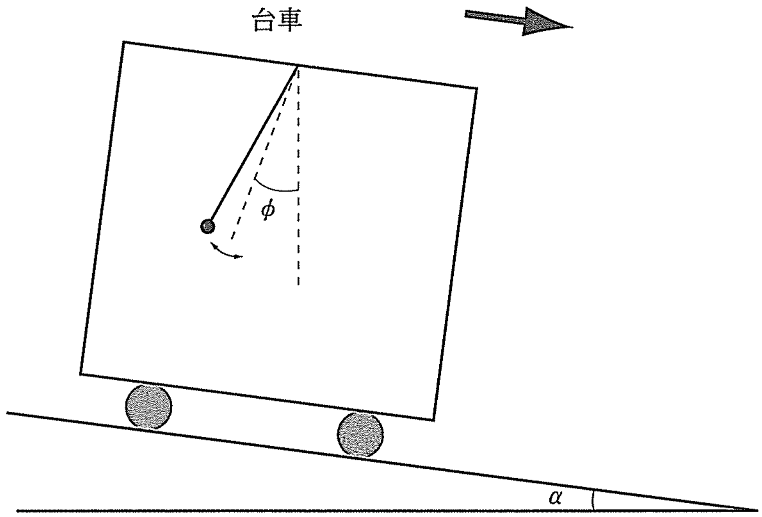


図1

1．文中の空所 $\boxed{\text{あ}}$ にあてはまる数式をしるせ。

2．文中の空所 $\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数式を，次のa～fから1つ選び，その記号をマークせよ。

$\boxed{\text{イ}}$　a．$2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$　b．$2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}\tan\alpha}$　c．$\dfrac{2\pi}{\cos\alpha}\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

d．$2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\sin\alpha\cos\alpha}}$　e．$2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\sin\alpha}}$　f．$2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\cos\alpha}}$

B．図2のように，水の上に均一な厚さ d の油膜がある。光が油膜に入射角 θ で入射したところ，油膜表面で反射した光と，油膜と水の境界で反射した光が干渉して強め合った。なお，油膜表面の反射では光の位相が反転し，油膜と水の境界での反射は位相が反転しないとする。空気の絶対屈折率を n_1，油膜の絶対屈折率を n_2 とする。

空気と油膜の境界での入射角 θ と屈折角 ϕ とは，$\boxed{\text{ロ}}$ の関係がある。また，油膜中での波長 λ_2 は，空気中での波長を λ_1 とすると $\lambda_2 =$ $\boxed{\text{ハ}}$ で与えられる。

油膜の表面で反射した光と油膜と水の境界で反射した光の間には，波の位相の差ができる。ここで，2つの光線を考える。2つの光線の波面は，破線A－A′を横切るときは位相が揃っていたとする。波の1周期の位相を 2π とすると，2つの光線の波面が破線B－B′を横切るときの位相差は $\boxed{\text{ニ}}$ である。油膜表面で反射した光と，油膜と水の境界で反射した光が干渉して強め合うのは，N を整数として位相差が $2\pi N$ のときである。ここでは $N = 0$ であることが分かっているとすると，光の空気中での波長 λ_1 は $\boxed{\text{ホ}}$ である。

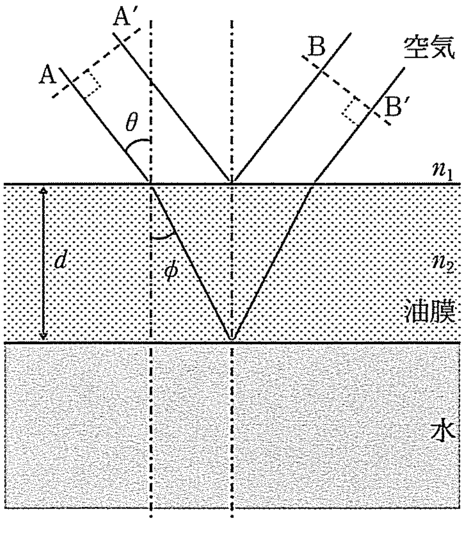


図2

3．文中の空所 ロ ～ ホ にあてはまる数式としてもっとも適当なものを，それぞれ対応する a ～ f から１つずつ選び，その記号をマークせよ。

ロ

a．$\dfrac{\cos\theta}{\cos\phi}=\dfrac{n_2}{n_1}$　b．$\dfrac{\cos\theta}{\cos\phi}=\dfrac{n_1}{n_2}$　c．$\dfrac{\sin\theta}{\sin\phi}=\dfrac{n_2}{n_1}$

d．$\dfrac{\sin\theta}{\sin\phi}=\dfrac{n_1}{n_2}$　e．$\dfrac{\tan\theta}{\tan\phi}=\dfrac{n_2}{n_1}$　f．$\dfrac{\tan\theta}{\tan\phi}=\dfrac{n_1}{n_2}$

ハ

a．$\dfrac{n_1}{n_2}\lambda_1$　b．$\dfrac{n_2}{n_1}\lambda_1$　c．$\dfrac{{n_1}^2}{{n_2}^2}\lambda_1$

d．$\dfrac{{n_2}^2}{{n_1}^2}\lambda_1$　e．$\dfrac{{n_1}^3}{{n_2}^3}\lambda_1$　f．$\dfrac{{n_2}^3}{{n_1}^3}\lambda_1$

ニ

a．$\pi\dfrac{2d\cos\theta}{\lambda_2}$　b．$\pi\dfrac{2d\sin\theta}{\lambda_2}$　c．$2\pi\dfrac{2d\cos\phi}{\lambda_2}$

d．$2\pi\dfrac{2d\sin\phi}{\lambda_2}$　e．$2\pi\dfrac{2d\cos\phi}{\lambda_2}-\pi$　f．$2\pi\dfrac{2d\sin\phi}{\lambda_2}-\pi$

ホ

a．$2d\left\{\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta\right\}^{\frac{1}{2}}$　b．$2d\left\{\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2-\cos^2\theta\right\}^{\frac{1}{2}}$

c．$4d\left\{\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta\right\}^{\frac{1}{2}}$　d．$4d\left\{\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2-\cos^2\theta\right\}^{\frac{1}{2}}$

e．$4d\left\{\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2-\sin^2\theta\right\}^{\frac{1}{2}}$　f．$2d\left\{\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2-\cos^2\theta\right\}^{\frac{1}{2}}$

C．空気中を一方向に伝播する音波を考える。ある特定の場所における時刻 t での空気圧の圧力変化量を $p(t)$ で表す。

まず，次のような異なる振動数 f_0，f_1 を持つ2つの正弦波の合成波を考える。

$$p(t) = p_0 \sin(2\pi f_0 t) + p_0 \sin(2\pi f_1 t)$$

f_0，f_1 が近い振動数の場合，$|f_0 - f_1|$ の振動数を持つうなりがあらわれる。実際，上の式を

$$p(t) = 2p_0 \cos\left(2\pi \boxed{\text{い}}\ t\right) \sin\left(2\pi \boxed{\text{う}}\ t\right)$$

と変形すると，余弦の部分がうなりの存在を示す。

次に，異なる振幅を持つ振動数 f_0，$2f_0$ の2つの正弦波を考え，それらの合成波が

$$p(t) = p_0 \sin(2\pi f_0 t) + p_1 \sin(4\pi f_0 t)$$

であるとする。交流回路における実効値と同様に考えて実効音圧 P_e を次のように定義する。

$$P_e = \sqrt{\frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} p^2(t)\,dt}$$

ただし，$T_0 = \dfrac{1}{f_0}$ とする。P_e を p_0，p_1，f_0，f_1 のうち必要なものを用いて表すと，$P_e = \boxed{\text{え}}$ となる。

4．文中の空所 $\boxed{\text{い}}$ ～ $\boxed{\text{え}}$ それぞれにあてはまる数式をしるせ。

【以下余白】