2015年度

Ea 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は**12ページ**までとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅳとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください．あなたの氏名を記入する必要はありません．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

I. 下記の空欄ア〜コにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 空間内の3点A, B, CをA(0, 1, 1), B(1, 0, 1), C(2, 2, 0)とする. 実数 p, q を用いて点Hを $\overrightarrow{\mathrm{AH}}=p\overrightarrow{\mathrm{AB}}+q\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ で定める. 原点をO(0, 0, 0)として, $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の両方に垂直であるとき, $p=$ $\boxed{\text{ア}}$, $q=$ $\boxed{\text{イ}}$ である.

(ii) 不等式 $x+3<5|x-1|$ を満たす実数 x の範囲は, $x<$ $\boxed{\text{ウ}}$ または $x>$ $\boxed{\text{エ}}$ である.

(iii) 多項式 $(x^5+1)^2$ を x^2+x+1 で割った余りを $Ax+B$ とすると, 定数 A と B は $A=$ $\boxed{\text{オ}}$, $B=$ $\boxed{\text{カ}}$ である.

(iv) $0<a<1$ のとき $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log(a^{2n}+a^{3n})=$ $\boxed{\text{キ}}$ である.

(v) 大中小の3つのサイコロをふって, 出た目の和が9になる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である.

(vi) $0\leqq\theta\leqq\pi$ のとき, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos(x-\theta)\,dx$ の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である.

Ⅱ. a は0でない実数，r は $0<r<1$ を満たす実数とする．初項 a，公比 r の等比数列 a_1，a_2，a_3，$\cdots$ に対し，

$$S=\sum_{n=1}^{\infty}a_n,\ T=\sum_{n=1}^{\infty}a_na_{n+1}$$

とおく．このとき，次の問(ⅰ)～(ⅳ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書きなさい．

(ⅰ) S と T をそれぞれ a と r を用いて表せ．

(ⅱ) $S=T$ のとき，a を r を用いて表せ．

(ⅲ) $S=T$ のとき，S を r を用いて表せ．

(ⅳ) $S=T$ のとき，S の最小値と，最小値を与える r の値をそれぞれ求めよ．

III. t を正の実数とする．放物線 C_1：$y=x^2+1$ と放物線 C_2：$y=-tx^2-1$ の両方に接する直線のうち傾きが正であるものを l とする．このとき，次の問(i)〜(iv)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書きなさい．

(i) 直線 l の方程式を t を用いて表せ．

(ii) 直線 l と放物線 C_1 の接点をP，直線 l と放物線 C_2 の接点をQとする．点Pと点Qの座標をそれぞれ t を用いて表せ．

(iii) 線分PQを $t:1$ に内分する点Rの座標を t を用いて表せ．

(iv) 点Rの y 座標がとりうる値の範囲を求めよ．

Ⅳ. k を実数とする．曲線 C：$y=(x^2-1)^2$ と直線 l：$y=k$ について，次の問(ⅰ)～(ⅳ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書きなさい．

(ⅰ) 曲線 C と直線 l の共有点が異なる4点となるような k の値の範囲を求めよ．

(ⅱ) k が(ⅰ)で求めた範囲にあるとき，曲線 C と直線 l の共有点の x 座標を小さい順に x_1，x_2，x_3，x_4 とする．x_1，x_2，x_3，x_4 をそれぞれ k を用いて表せ．

(ⅲ) k が(ⅰ)で求めた範囲にあるとき，曲線 C と直線 l で囲まれた部分を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積 V を k を用いて表せ．

(ⅳ) (ⅲ)で求めた体積 V の最小値と，最小値を与える k の値をそれぞれ求めよ．

【以下余白】