2017年度

I 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています. HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています. 試験開始後, ただちにページ数を確認してください. なお, 問題番号はI～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので, 出席票の受験番号が, あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し, 出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください. なお, 出席票は切り離さないでください.
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し, その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったり, 傷つけたりしないように注意してください.
7. 計算には, この問題冊子の余白部分を使ってください.
8. この問題冊子は持ち帰ってください.

Ⅰ. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ.

（ i ） 2つの自然数 19343 と 4807 の最大公約数は $\boxed{\text{ア}}$ である.

（ii） $\sqrt{8}$ の小数部分を a, $\sqrt{2}$ の小数部分を b とする. p, q を有理数として,

$a^2-3b^2=p+q\sqrt{2}$ と表すとき, $p=\boxed{\text{イ}}$, $q=\boxed{\text{ウ}}$ である.

（iii） x と y を実数, i を虚数単位とするとき, 等式 $yi-y=-x^3+x+xi-4i$

を満たす y の値は $\boxed{\text{エ}}$ である.

（iv） 11^{10} の百の位の数は $\boxed{\text{オ}}$ である.

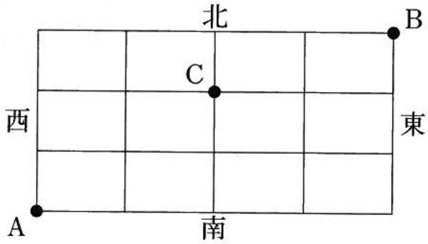
（ v ） $4^x-2^x-56=0$ を満たす実数 x の値は $\boxed{\text{カ}}$ である.

（vi） 座標空間において, 中心が点 $(a,\ a,\ a)$ である球面が xy 平面に接し, かつ

点 $(1,\ 2,\ 1)$ を通るとき, a の値は $\boxed{\text{キ}}$ または $\boxed{\text{ク}}$ である.

（vii） $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ のとき, $\dfrac{2\sin x}{3\cos x}+\dfrac{3\cos x}{4\sin x}$ の最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ である.

（viii） 右の図のように, 東西に4本, 南北に5本の道がある. AからBへ行く最短距離の道順は $\boxed{\text{コ}}$ 通りあり, Aから出発してCを通ってからBへ行く最短距離の道順は $\boxed{\text{サ}}$ 通りある.



II. 座標平面上に放物線 C_1 : $y = x^2 + 1$ と放物線 C_2 : $y = \dfrac{1}{t^2}x^2 + t^2$ がある．ただし，$t > 1$ とする．a，b を正の実数とし，C_1 上の点A$(a,\ a^2+1)$ における C_1 の接線を l_1，C_2 上の点B$\left(b,\ \dfrac{b^2}{t^2}+t^2\right)$ における C_2 の接線を l_2 とする．このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ⅰ) 直線 l_1 と直線 l_2 の方程式をそれぞれ求めよ．

(ⅱ) 直線 l_1 と直線 l_2 が一致するとき，点Aの座標を求め，点Bの座標を t を用いて表せ．また，この一致した直線を l とするとき，l の方程式を求めよ．

(ⅲ) 放物線 C_1 と放物線 C_2 の交点のうち，x 座標が正である点をMとする．点Mの座標を t を用いて表せ．

(ⅳ) (ⅲ)で求めた点Mを通り y 軸に平行な直線を m とする．直線 m と放物線 C_1 および(ⅱ)で求めた直線 l とで囲まれた図形の面積 S を t を用いて表せ．

(ⅴ) $S = \dfrac{8}{3}$ のときの t の値を求めよ．

Ⅲ. 数列 $\{a_n\}$ と，その初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ が次を満たすとする．

$$S_{n+2} - 6S_{n+1} + 8S_n = -2 \quad (n \geqq 1)$$

$$a_1 = 1\ ,\ a_2 = 3$$

このとき，次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ｉ)　S_3 と a_3 の値をそれぞれ求めよ．

(ⅱ)　$S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ を利用し，a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ．

(ⅲ)　$a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n)$ かつ $a_{n+2} - \beta a_{n+1} = \alpha(a_{n+1} - \beta a_n)$ となる定数 α，β をそれぞれ求めよ．ただし，$\alpha < \beta$ とする．

(ⅳ)　α，β が(ⅲ)で求めた値であるとき，$a_{n+2} - \alpha a_{n+1}$ と $a_{n+2} - \beta a_{n+1}$ をそれぞれ n を用いて表せ．

(ｖ)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

【以下余白】