

2015年度

N 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。）
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) $\int_2^4 (x^2 + ax + 2) dx = \frac{14}{3}$ を満たす a の値は である。

(ii) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta$ の最大値は であり、最小値は である。

(iii) 実数 x が $0 < x < 1$ かつ $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 6 = 0$ を満たすとき、 x の値は である。

(iv) 3次方程式 $(x-1)(x^2 + ax + a + 2) = 0$ が2重解をもつとき、 a の値をすべて求めると、 である。

(v) 実数 a, b を用いて $\frac{1}{2+i} + \frac{1}{3+4i} = a + bi$ と表すとき、 $a =$ であり、 $b =$ である。ただし、 i は虚数単位とする。

(vi) 3つのさいころを同時に投げるとき、ちょうど2つのさいころが同じ目になる確率は である。

(vii) ベクトル $(2, a, b)$ が2つのベクトル $(1, -1, 3)$, $(-2, 1, 1)$ に垂直であるとき、 $(a, b) =$ である。

(viii) 底辺の長さが a 、高さが b の三角形が $2a + b = 6$ を満たすとき、三角形の面積の最大値は である。

II. 4で割って3余る自然数を図のように並べ、上から1段目、2段目、3段目、…とする。

このとき、次の問(i)~(iv)に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書きなさい。

1段目	7
2段目	11 15
3段目	19 23 27
4段目	31 35 39 43
:

- (i) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ。
- (ii) n 段目の左端の自然数を a_n とする。 a_n を n の式で表せ。
- (iii) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ。
- (iv) n 段目に並んでいる自然数の総和を S_n とする。 S_n を n の式で表せ。

Ⅲ. 座標平面上の曲線 $C: y = x^3 + x^2 + ax$ は、直線 $l_1: y = -x$ と原点 $O(0, 0)$ で接している。このとき、次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書きなさい。

(i) a の値を求めよ。

(ii) 直線 l_1 と C の共有点で O 以外の点を P とする。点 P の座標を求めよ。

(iii) 点 P を通る C の接線 l_2 と C の共有点で点 P 以外の点を Q とする。点 Q の座標を求めよ。

(iv) 点 Q を通る C の接線 l_3 と C の共有点で点 Q 以外の点を R とする。点 R の座標を求めよ。

(v) 三角形 PQR の面積を求めよ。

【以下余白】

