2011年度

T 数 学 問 題

注 意

1 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2 解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています. ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3 この問題冊子は**8ページ**までとなっています. 試験開始後，ただちにページ数を確認してください. なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください. なお，出席票は切り離さないでください.
5 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください.
7 計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください.
8 この問題冊子は持ち帰ってください.

I．次の空欄アに①～④のいずれかを記入せよ．また空欄イ～スに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 実数 x, y に対して，$x^2+y^2 \leqq 1$ は「$-1 \leqq x \leqq 1$ かつ $-1 \leqq y \leqq 1$」であるための何条件かを，①「必要条件」，②「十分条件」，③「必要十分条件」，④「必要条件でも十分条件でもない」のうちから選択すると，$\boxed{\text{ア}}$ となる．

(ii) $3x^2-xy-2y^2-x+6y+k$ が，x, y の整数係数の1次式の積に因数分解されるとき，$k=\boxed{\text{イ}}$ である．

(iii) 3つの数 $\log_2 x$, $\log_2 10$, $\log_2 20$ がこの順で等差数列であるとき，$x=\boxed{\text{ウ}}$ である．

(iv) $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\dfrac{1}{100\cdot 101}=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

(v) 座標平面上の曲線 $y=x^3+ax^2+bx$ 上の点 $(2,\ 4)$ における接線が x 軸に平行であるとき，$a=\boxed{\text{カ}}$，$b=\boxed{\text{キ}}$ である．

(vi) 自宅から2000 m離れている駅まで，はじめに毎分80 mで歩き，途中から毎分170 mで走るものとする．出発してから16分以内に駅に到着するには，歩きはじめてから $\boxed{\text{ク}}$ 分以内に走り出さなければならない．

(vii) 点A$(2,\ 3)$，点B$(p,\ q)$ と原点Oがつくる三角形OABについて，$\angle \mathrm{OAB}=90^\circ$ のとき，p, q の満たす条件は $p \neq 2$ かつ $p=\boxed{\text{ケ}}$ である．

(viii) 実数 x, y, a, b が条件 $x^2+y^2=2$，および $a^2+b^2=3$ を満たすとき，$ax+by$ の最大値は $\boxed{\text{コ}}$ で，最小値は $\boxed{\text{サ}}$ である．

(ix) $x=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{10}i}{3}$ とし，x と共役な複素数を y とするとき，$x^3+y^3=\boxed{\text{シ}}$ となる．ただし，i は虚数単位とする．

(x)　$\sin x+\sin y=\dfrac{1}{3}$，$\cos x-\cos y=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\cos(x+y)$ の値は $\boxed{\text{ス}}$ である

II. AとBの2名が次のようなルールのゲームを行った.

AとBで同時にサイコロを振り，偶数が出た場合は得点を1とし，奇数が出た場合は得点を0とする.

それぞれが5回サイコロを振り終わった時点で，より多くの得点をあげたものを勝者とし，得点が同じ場合は引き分けとする.

このとき，次の問(i)〜(iii)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) Aの得点が0点かつBの得点が1点という経過の後で，終了時にAの得点が4点である場合，得点の取り方は何通りあるか.

(ii) AとBが引き分ける確率を求めよ.

(iii) Aが勝利する確率を求めよ.

Ⅲ．座標平面上の点A(1，1)を中心とする円$(x-1)^2+(y-1)^2=1$上を，点P_0(2，1)から出発して一定の速度で反時計回りに動く点Pと，座標平面上の点B(−1，−1)を中心とするもう1つの円$(x+1)^2+(y+1)^2=1$上を，点Q_0(−1，0)から出発して反時計回りに動く点Qについて考える．点Pと点Qが各円周上を進む速度は等しいものとする．

このとき，次の問(ⅰ)〜(ⅲ)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ⅰ) 図に示すように$\angle P_0AP$ならびに$\angle Q_0BQ$をθとするとき，点Pと点Qそれぞれの座標をθを用いて表せ．

(ⅱ) 線分PQの長さの最大値と，そのときの点Pの位置P_1と点Qの位置Q_1それぞれの座標を求めよ．また，線分PQの長さの最小値と，そのときの点Pの位置P_2と点Qの位置Q_2それぞれの座標を求めよ．

(ⅲ) (ⅱ)で求めたP_1，P_2，Q_1，Q_2について，4点P_1，Q_1，Q_2，P_2がつくる四角形の面積を求めよ．