2018年度

A　数　学　問　題

注　意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2. 解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています．
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください．なお，出席票は切り離さないでください．
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6. 解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7. 計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8. この問題冊子は持ち帰ってください．

Ⅰ．次の空欄ア〜ソに当てはまる数または式を記入せよ．

（i）　a と b が有理数である２次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解の１つを $x=2-\sqrt{3}$ とする．このとき，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，$b=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

（ii）　３次式 $2x^3+ax+b$ を $(x-1)^2$ で割った余りが -3 となるとき，$a=$ $\boxed{\text{ウ}}$，$b=$ $\boxed{\text{エ}}$ である．

（iii）　n は自然数であり，$n+3$ は５の倍数，$n+5$ は３の倍数である．このような n のうち，100 以下で最大の数は $n=$ $\boxed{\text{オ}}$ である．

（iv）　複素数 $z=\dfrac{5+12i}{13}$ について，z と共役な複素数を $\bar{z}$ で表す．このとき，$z\bar{z}=$ $\boxed{\text{カ}}$ である．また実数 a と b を用いて $z^2+\dfrac{1}{z^2}=a+bi$ と表すとき，$a=$ $\boxed{\text{キ}}$，$b=$ $\boxed{\text{ク}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

（v）　三角形ABCにおいて，辺BC，CAを $1:2$ に内分する点をそれぞれD，Eとし，線分ADと線分BEの交点をPとする．実数 s，t を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すとき $s=$ $\boxed{\text{ケ}}$，$t=$ $\boxed{\text{コ}}$ である．

（vi）　袋の中に１，２，３，４，５と番号をつけた５個の玉が入っている．この中から玉を２個取り出すとき，その和が奇数となる確率は $\boxed{\text{サ}}$ であり，その積が偶数となる確率は $\boxed{\text{シ}}$ である．

（vii）　関数 $f(x)=x^2+ax+b$ が

$$f(1)=1,\quad \int_{-1}^{1}f(x)\,dx=0$$

を満たすとき，$a=$ $\boxed{\text{ス}}$，$b=$ $\boxed{\text{セ}}$ である．

（viii）　$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+6n^2$ $(n=1,2,3,\cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=$ $\boxed{\text{ソ}}$ である．

Ⅱ. s と t を異なる実数とする．2つの2次方程式

$$x^2 - tx + s = 0 \quad \cdots ①$$

$$x^2 - sx + t = 0 \quad \cdots ②$$

が共通の解を持つとき，次の問(ⅰ)〜(ⅵ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ⅰ) 2つの2次方程式の共通解を $x = c$ とするとき，c を求めよ．

(ⅱ) s を t を用いて表せ．

(ⅲ) 方程式①について，c とは異なる解を a とおくとき，a を t を用いて表せ．

(ⅳ) 方程式②について，c とは異なる解を b とおくとき，b を t を用いて表せ．

(ⅴ) $a^2 + b^2 + c^2$ を，t を用いて表せ．

(ⅵ) (ⅴ)で求めた式を $f(t)$ とおくとき，$f(t)$ の最小値を求めよ．

こちらの問題については、問題設定が不適切で解答不可能なため、全員正解とすると大学から公表されています。

Ⅲ． Oを原点とする座標平面上に，4点A(2，5)，B(5，−1)，C(5，3)，P(a，b)があり，点Pは等式 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}=\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ を満たしている．さらに異なる2点Q，Q′があり，

$$|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OQ'}}|=\sqrt{5},\quad \overrightarrow{\mathrm{OQ}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OP}},\quad \overrightarrow{\mathrm{OQ'}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

を満たす．ただし，点Qの x 座標は正とする．このとき，次の問(ⅰ)〜(ⅴ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ⅰ) 点Pの座標（a，b）を求めよ．

(ⅱ) 点Qと点Q′の座標をそれぞれ求めよ．

(ⅲ) 3点Q，Q′，Aを通る円の方程式を

$$x^2+y^2+lx+my+n=0$$

と表すとき，定数 l，m，n をそれぞれ求めよ．

(ⅳ) (ⅲ)で求めた円と，線分QQ′の垂直二等分線とのすべての交点の座標を求めよ．

(ⅴ) 点Tが(ⅲ)で求めた円の上にあるとき，三角形QQ′Tの面積の最大値を求めよ．

【以下余白】