2015年度

M 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は**8**ページまでとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください．なお，出席票は切り離さないでください．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

I．次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ．

(i) 2つの自然数 p，q が $p^2 + pq + q^2 = 19$ を満たすとき，$p + q =$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

(ii) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\sin^2\theta + \cos\theta - 1$ の最大値は $\boxed{\text{イ}}$ であり，

最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(iii) $S = \dfrac{1}{1+\sqrt{5}} + \dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \dfrac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{45}+\sqrt{49}}$ とすると，S の値

は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(iv) 方程式 $\log_{\sqrt{2}}(2-x) + \log_2(x+1) = 1$ の解をすべて求めると，$x =$ $\boxed{\text{オ}}$

である．

(v) 等式 $f(x) = x^2 + 3\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt$ を満たす関数は，$f(x) =$ $\boxed{\text{カ}}$ である．

(vi) 座標空間における4点A(1，0，0)，B(0，2，0)，C(0，0，3)，

D(x，4，5) が同一平面上にあるとき，$x =$ $\boxed{\text{キ}}$ である．

(vii) 3次方程式 $x^3 - x^2 + ax + b = 0$ の解の1つが $1 + i$ のとき，$a =$ $\boxed{\text{ク}}$，

$b =$ $\boxed{\text{ケ}}$ である．ただし，a，b は実数とし，i は虚数単位とする．

(viii) 三角形ABCの辺の長さが AB＝4，BC＝5，CA＝6 のとき，三角形ABCの面

積は $\boxed{\text{コ}}$ である．

II. 座標平面上に2つの放物線 C_1：$y = x^2$ と C_2：$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ がある．

この2つの放物線 C_1 と C_2 が $x = -1$ で交わり，その点で各々の接線が直交するとき，

次の問(i)～(iii)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書きなさい．

(i) b，c をそれぞれ a を用いて表せ．

(ii) 2つの放物線 C_1 と C_2 が，さらに $x = \dfrac{1}{4}$ で交わるときの a の値を求めよ．

(iii) a を(ii)で求めた値とするとき，放物線 C_2 の $x = -1$ での接線 l_1，$x = \dfrac{1}{4}$ での接線 l_2 と C_2 で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

Ⅲ. 座標平面上の2点P，QをP$(-1, 2)$，Q$(1, 2)$とする．点Aが点$(1, 0)$から出発し，点O$(0, 0)$を中心とする半径1の円周 C 上を次のルールで動くとする．

【ルール】

- 1個のさいころを1回投げて1回の試行とする．
- a の目が出たら，反時計回りに $a \times 30^\circ$ 回転する．

このとき，次の問(ⅰ)〜(ⅳ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書きなさい．

(ⅰ) 三角形PQAの面積が $\dfrac{3}{2}$ となるようなAの座標をすべて求めよ．

(ⅱ) 三角形PQAが直角三角形となるようなAの座標をすべて求めよ．

(ⅲ) 2回の試行を行う．2回の試行の後，三角形PQAが直角三角形となる確率を求めよ．

(ⅳ) 3回の試行を行う．3回の試行の後，三角形PQAの面積が $\dfrac{3}{2}$ となる確率を求めよ．

【以下余白】