

2016年度

Ⅱ 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とする. A を6の正の約数がつくる部分集合とし, A の補集合を \bar{A} とする. B を9の正の約数がつくる部分集合とし, B の補集合を \bar{B} とする. $\bar{A} \cup B$ の要素を書き並べて表すと であり, $A \cap \bar{B}$ の要素を書き並べて表すと である.

(ii) 等式 $f(x) = -6x + 2 \int_{-1}^2 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ は, $f(x) =$ である.

(iii) 2次方程式 $x^2 + 2ax + a = 0$ が $x = -a$ を解として持つときの a の値をすべて求めると, $a =$ である.

(iv) 2進法で表された数 $1101011_{(2)}$ を10進法で表すと である.

(v) 複素数 $x = a + bi$ ($a > 0, b > 0$) が $x^4 = -9$ を満たすとき, 定数 $a =$, $b =$ である. ただし, i は虚数単位とする.

(vi) $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で $\cos 2\theta - \cos \theta = 0$ を満たす θ をすべて求めると, $\theta =$ である.

(vii) 不等式 $-2 < \log_8 x < \frac{5}{3}$ を解くと, $\frac{1}{\text{ケ}} < x < \text{コ}$ である. ただし, 空欄に入る数は整数である.

(viii) p, q を実数とし, $q > 4$ とする. 座標平面上の4点 $A(p, q), B(0, 4), C(1, -1), D(5, 3)$ を頂点とする平行四辺形 $ABCD$ において \vec{DC} と \vec{DA} のなす角を θ とするとき, $\cos \theta =$ である.

II. 座標平面上における放物線 $C: y = x^2 - 2x + 1$ と直線 $l: y = x$ の2つの交点のうち、 x 座標の値が小さい方の点を $A(p, p)$ とする。直線 l 上の点 $B(1, 1)$ と点 A の間にある点 $D(q, q)$ を通り y 軸と平行な直線と放物線 C との交点を E とし、点 E を通り x 軸と平行な直線と放物線 C とのもう1つの交点を F とする。このとき、次の問 (i)~(v) に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) p の値を求めよ。

(ii) EF の長さを q を用いて表せ。

(iii) 三角形 DEF の面積を q を用いて表せ。

(iv) 点 D が線分 AB 上を動くとき、三角形 DEF の面積が最大となる q の値を求めよ。

(v) q が (iv) で求めた値であるときの三角形 DEF の面積を求めよ。

Ⅲ. 6人の学生 a, b, c, d, e, f がいて、学生は3つの部屋 X, Y, Z のいずれかの部屋に必ず入る。それぞれの部屋の最大収容人数は、 X が2人、 Y が3人、 Z が4人である。 X, Y, Z の部屋に入る人数を (x, y, z) と表す。例えば、 X に1人、 Y に2人、 Z に3人が入るとき、 $(1, 2, 3)$ と表す。このとき、次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) X を空き部屋とし、 Y に2人、 Z に4人入るときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (ii) X が空き部屋のときの、可能な $(0, y, z)$ の組をすべて求めよ。また、 X が空き部屋のときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (iii) X に1人だけが入るときの、可能な $(1, y, z)$ の組をすべて求めよ。また、 X に1人だけが入るときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (iv) X が満室になり、かつ空き部屋がないときの、可能な $(2, y, z)$ の組をすべて求めよ。また、 X が満室になり、かつ空き部屋がないときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (v) a と b が一緒の部屋にならず、かつ空き部屋があるときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。