2014年度

M 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください．なお，出席票は切り離さないでください．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

I. 次の空欄ア～スに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

（i）$x^2-y^2-z^2+2yz$ を因数分解すると，$\boxed{\text{ア}}$ となる．

（ii）$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値は $\boxed{\text{イ}}$ である．

（iii）3次方程式 $4x^3-23x+39=0$ の解は，$x=\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ である．

（iv）関数 $f(x)=4^x+4^{-x}-3(2^x+2^{-x})+2$ の最小値は $\boxed{\text{カ}}$ である．

（v）数列 1，3，6，10，15，21，… の第 n 項を n の式で表すと $\boxed{\text{キ}}$ である．

（vi）$\dfrac{1}{2}\log_5 27$，$\log_{125}9$，$\log_5\sqrt[4]{27}$ のうち最大のものは $\boxed{\text{ク}}$ であり，最小のものは $\boxed{\text{ケ}}$ である．

（vii）2次方程式 $x^2+px+q=0$ の2つの解を α，β とする．$\alpha-\beta=-4$，$\alpha^3-\beta^3=-28$ であるとき，$p=\boxed{\text{コ}}$ または $\boxed{\text{サ}}$，$q=\boxed{\text{シ}}$ である．

（viii）1個のさいころを2回続けて投げるとき，1回目に出た目より大きい目が2回目に出る確率は $\boxed{\text{ス}}$ である．

II. 平面上に三角形OABがあり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする．このとき，次の問(i)～(iv)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 線分ABの中点をCとする．$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(ii) 線分OAを $s:(1-s)$，線分OBを $t:(1-t)$ に内分した点をそれぞれD，Eとする．$\overrightarrow{\mathrm{DB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{EA}}$ を s，t，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．ただし，$0<s<1$，$0<t<1$ とする．

(iii) 線分DBと線分EAの交点をFとする．$s=\dfrac{1}{3}$，$t=\dfrac{2}{3}$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(iv) (iii)で用いた s，t の値に対し，線分OFの中点をH，線分DEを $k:(1-k)$ に内分した点をGとするとき，H，G，Cが一直線上にあるときの k の値を求めよ．

III. $a > 0$ とする．座標平面上に２つの放物線 C_1：$y = x^2 - 2x + 2$ と C_2：$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax - \frac{3}{2}$ がある．放物線 C_1 上の点P（２，２）を通り，点Pでの接線に直交する直線を l とする．このとき，次の問(ｉ)～(iv)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ｉ)　直線 l の方程式を求めよ．

(ii)　２つの放物線 C_1，C_2 が共有点をもたないとき，a の値の範囲を求めよ．

(iii)　直線 l が放物線 C_2 に接しているとき，a の値と接点の座標を求めよ．

(iv)　a を(iii)で求めた値としたとき，直線 l と放物線 C_1，C_2 および y 軸で囲まれる部分の面積を S とする．S の値を求めよ．

【以下余白】