2012年度

N 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください．なお，出席票は切り離さないでください．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

Ⅰ. 次の空欄ア〜コに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 方程式 $(x+3)|x-4|+2x+6=0$ の解は $x=$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

(ii) 曲線 $y=x^3-3x^2+1$ 上の点 $(1,-1)$ における接線が，放物線 $y=ax^2+a$ と接するとき，$a=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．ただし，$a>0$ とする．

(iii) $\dfrac{1}{2-i}+\dfrac{1}{3+i}=a+bi$ となる実数 a, b を求めると，$a=$ $\boxed{\text{ウ}}$ ，$b=$ $\boxed{\text{エ}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

(iv) 白玉4個と赤玉2個が入っている袋がある．この袋から同時に玉を3個とりだすとき，白玉の数がちょうど2個である確率は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(v) $\tan\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=$ $\boxed{\text{カ}}$ である．ただし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする．

(vi) 実数 x が $x>1$ の範囲を動くとき，$\log_3 x+3\log_x 3$ の最小値は $\boxed{\text{キ}}$ である．

(vii) 関数 $f(x)$ が実数 a に対して，等式 $\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt=x^3+x^2-6x-a^2-9$ を満たすとき，a の値は $\boxed{\text{ク}}$ である．

(viii) △ABCの辺BC上に点Dがあり，△ABDと△ACDの面積の比が 3：2 であるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=$ $\boxed{\text{ケ}}$ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+$ $\boxed{\text{コ}}$ $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である．

Ⅱ. 座標平面上に2つの放物線 C_1：$y = x^2$ と C_2：$y = -x^2 + 4x + 6$ がある．2つの放物線 C_1 と C_2 の交点をP，Qとする．ただし，Pの x 座標の値はQの x 座標の値よりも小さいものとする．また，放物線 C_2 の頂点をRとし，原点をOとする．このとき，次の問(ⅰ)～(ⅲ)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ⅰ) 2点P，Qの座標を求めよ．

(ⅱ) 線分ORと，2つの放物線 C_1，C_2 とで囲まれる部分のうち，点Pを含む部分の面積を S とする．S を求めよ．

(ⅲ) 線分ORの中点をMとする．線分OMと線分MQと C_1 とで囲まれる部分の面積を T とする．T を求めよ．

Ⅲ. 座標平面上に原点Oを中心とする半径1の円 C がある．点P(p, 0) と点Q(0, q) を通る直線が円 C 上の点Rにおいて円 C と接している．ただし，$p>1$，$q>1$ とする．このとき，次の問(ⅰ)～(ⅳ)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ⅰ) q を p を用いて表せ．

(ⅱ) 線分PRの長さを t とするとき，p と q を t を用いて表せ．

(ⅲ) 3点O，P，Qを通る円の直径を d とするとき，d^2 を t を用いて表せ．

(ⅳ) d の最小値を求めよ．また，そのときの p の値を求めよ．

【以下余白】