立教大学 全学部日程
理学部数学科・物理学科

2019年度

Ya 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は8ページまでとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ・Ⅱとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください．あなたの氏名を記入する必要はありません．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

I． s を1でない正の数とし，t を正の数とする．1辺の長さが1の正四面体OABCにおいて，OAの中点をM，OBを2：1に内分する点をN，ACを $s:1$ に内分する点をS，BCを $t:1$ に内分する点をTとする．また，3点M，N，Tを通る平面を H とする．以下，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする．このとき，次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ．解答欄には，答えだけではなく途中経過も書くこと．ただし，空間における任意のベクトル $\vec{v}$ が3つの実数 x，y，z を用いて $\vec{v}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$ の形にただ1通りに書けることは，証明せずに用いて良い．

(ｉ) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{a}\cdot\vec{c}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$ および $\vec{a}\cdot\vec{a}$ の値をそれぞれ求めよ．

(ii) $\overrightarrow{\mathrm{OT}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ および t を用いて表せ．

(iii) $\overrightarrow{\mathrm{NM}}$，$\overrightarrow{\mathrm{NT}}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ および t を用いて表せ．

(iv) $\angle\mathrm{MNT}=90^\circ$ であるとき，t の値を求めよ．

(ｖ) $\angle\mathrm{MNT}=90^\circ$ であり，かつSが H 上にあるとする．このとき s の値を求めよ．

Ⅱ. 座標平面上に3点A(1, 0), B(−1, 0), P($\cos\theta$, $\sin\theta$) がある. ただし, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ とする. 2点B, Pを通る直線を l, y 軸と l との交点をQ, 2点A, Qを通る直線を m とする. Pを通り y 軸に平行な直線を n とし, n と m との交点をR, x 軸と n との交点をSとおく. さらに, 線分PRの中点をTとする. このとき, 次の問(i)〜(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけではなく途中経過も書くこと.

(i) l の方程式を求めよ.

(ii) Tの y 座標を θ を用いて表せ.

(iii) Tの x 座標を t とおく. Tの y 座標を t を用いて $y=\sqrt{F(t)}$ の形に書き表すとき, $F(t)$ を求めよ.

(iv) Tの x 座標を t とおく. θ が $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, 三角形QSTの面積が最大となるときの t の値を求めよ.

(v) θ が $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, Tが描く曲線を C とする. C, x 軸および y 軸で囲まれる領域を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ.

【以下余白】