2020年度

I 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています。ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8**ページまでとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ．次の空欄ア〜ケに当てはまる数または式を記入せよ。

（i） 実数 a，b，c が $a+b+c=0$，$abc \neq 0$ を満たすとき，

$\dfrac{b+c}{a}+\dfrac{c+a}{b}+\dfrac{a+b}{c}=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

（ii） $27^{-\frac{3}{4}} \times 27^{\frac{1}{12}}$ を既約分数で表すと $\boxed{\text{イ}}$ である。

（iii） 図のような1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードがある。

$\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{6}\ \boxed{7}\ \boxed{8}\ \boxed{9}$

これら9枚のカードから同時に取り出した3枚のカードの数字の和が奇数になる確率は

$\boxed{\text{ウ}}$ である。

（iv） 座標平面において，2直線 $x+2y-4=0$，$-3x+4y+1=0$ のなす角を θ とするとき，$\cos\theta=$ $\boxed{\text{エ}}$ である。ただし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。

（v） 座標平面において，2つの円 $x^2+y^2=9$，$(x-4)^2+(y-3)^2=16$ の2つの共有点の中点の x 座標は $\boxed{\text{オ}}$ である。

（vi） x，y を実数とする。$x^2+y^2=1$ のとき，$2x+y$ の最大値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

（vii） a，b を実数とする。3次方程式 $x^3+ax^2+8x+b=0$ が $1+i$ を解に持つとすると，$a=$ $\boxed{\text{キ}}$，$b=$ $\boxed{\text{ク}}$ である。ただし，i を虚数単位とする。

（viii） c を1でない正の実数とする。$a_1=1$，$a_{n+1}=ca_n^{\ 2}$（$n=1,\ 2,\ 3,\cdots$）で定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n について，c を底とする a_n の対数 $\log_c a_n$ を n を用いて表すと，$\log_c a_n=$ $\boxed{\text{ケ}}$ である。

Ⅱ．関数 $f(x)=\int_0^x(3t^2-4)\,dt$ に対して，座標平面上の曲線 $C: y=f(x)$ は3点P$(p,\ 0)$，Q$(q,\ 0)$，R$(r,\ 0)$$(p<q<r)$ で x 軸と交わる。このとき，次の問(ⅰ)〜(ⅴ)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ) $f(x)$ を x の整式として表せ。

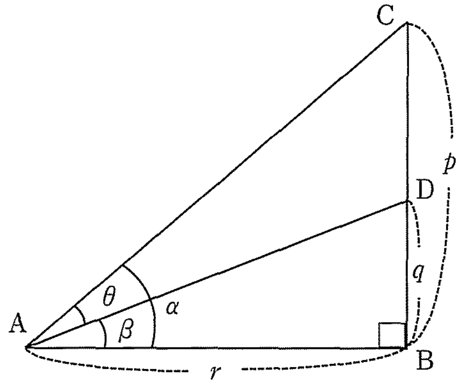
(ⅱ) p を求めよ。

(ⅲ) 2点P，Qにおける C の接線 l，m の方程式をそれぞれ求めよ。

(ⅳ) (ⅲ)で求めた l，m の交点を点Aとする。三角形PQAの面積を求めよ。

(ⅴ) b は $p<b<q$ を満たすとする。3点P，Q，B$(b,\ f(b))$ を頂点とする三角形PQBの面積の最大値を求めよ。

III. 図のような直角三角形ABCの辺BC上に点Dがあり，$\angle ABC = 90^\circ$，$\angle CAB = \alpha$，$\angle DAB = \beta$，$\angle CAD = \theta$，$BC = p$，$BD = q$，$AB = r$，$0 < q < p$，$q < r$ とする。このとき，次の問(i)～(v)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。



(i) $\tan\alpha$，$\tan\beta$，$\tan\theta$ を p，q，r を用いてそれぞれ表せ。

(ii) $s = r - q$ とする。$\theta = 45^\circ$ のとき，p を q，s を用いて表せ。

(iii) $s = r - q$ とする。$q = 1$，$\theta = 45^\circ$ のとき，p，r がともに自然数となるような s をすべて求めよ。

(iv) $q = 2$，$\theta = 45^\circ$ とする。p，r がともに自然数となるような r をすべて求めよ。

(v) $q = 3$，$\theta = 45^\circ$ とする。p，r がともに自然数となるような r をすべて求めよ。

【以下余白】