2018年度

S 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください．なお，出席票は切り離さないでください．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

Ⅰ．次の空欄ア～クに当てはまる数または式を記入せよ．

(ⅰ) k は定数とする．座標平面上の直線 $(3k+1)x-(2k+4)y-10k+10=0$ は，k の値に関係なく定点を通る．その定点の座標は $(x, y)=$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

(ⅱ) $\sqrt{1260n}$ が自然数になるような自然数 n のうち，小さい方から２番目の数は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(ⅲ) ２次方程式 $2x^2-4x-5=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha^3\beta+\alpha\beta^3=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(ⅳ) 不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)>2$ を満たす x の範囲は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(ⅴ) 第３項が６，第６項が162で，公比が正の等比数列 $\{a_n\}$ がある．この数列の一般項は $a_n=$ $\boxed{\text{オ}}$ である．

(ⅵ) 関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^x(3t^2+2t-1)\,dt$ の極小値は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(ⅶ) a，b を実数とし，$z=a+bi$ とする．$z^2=7+24i$ となる組 (a, b) をすべて求めると，$(a, b)=$ $\boxed{\text{キ}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

(ⅷ) A，B，C，D，X，Xの６文字を１列に並べるとき，例えばAXBCXDのように，A，B，C，Dがこの順にあらわれる並べ方は $\boxed{\text{ク}}$ 通りある．ただし，２つのXは区別しないものとする．

Ⅱ．$t>0$ とする．座標平面において，曲線 C：$y=2x^3+1$ 上の点P$(t,\ 2t^3+1)$ における接線を l とし，直線 l と曲線 C のもう1つの共有点をQとする．曲線 C の点Qにおける接線を m とし，直線 l と直線 m のなす角の大きさを θ とする．ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ である．このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ⅰ) 直線 l の方程式を $y=ax+b$ とするとき，a，b を t を用いてそれぞれ表せ．

(ⅱ) 点Qの x 座標を t を用いて表せ．

(ⅲ) 直線 m の傾きを t を用いて表せ．

(ⅳ) $\tan\theta$ を t を用いて表せ．

(ⅴ) θ が最大になるときの t の値を求めよ．

III. 平面上の5点O，A，B，C，Pに対して，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$ とする．これらのベクトルは，以下の条件をすべて満たしている．

- $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=2$
- $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は垂直である．
- $\vec{a}$ と $\vec{c}$ のなす角は $\dfrac{\pi}{6}$ である．
- $\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角は $\dfrac{\pi}{3}$ である．
- $\vec{p}=\vec{a}+\vec{c}$

また，$\angle \mathrm{OBP}=\theta$ とする．このとき，次の問(i)～(v)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(i)　$\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$ となるような実数 x，y の値をそれぞれ求めよ．

(ii)　$\overrightarrow{\mathrm{BO}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ の内積を求めよ．

(iii)　$\cos^2\theta$ の値を求めよ．

(iv)　$\cos 2\theta$ の値を求めよ．

(v)　θ の値を求めよ．

【以下余白】