2013年度

H 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません.
2. 解答用紙はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシルで記入することになっています. ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください.
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません.)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています. 試験開始後, ただちにページ数を確認してください. なお, 問題番号はⅠ～Ⅲとなっています.
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので, 出席票の受験番号が, あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し, 出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください. なお, 出席票は切り離さないでください.
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し, その他の部分には何も書いてはいけません.
6. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったり, 傷つけたりしないように注意してください.
7. 計算には, この問題冊子の余白部分を使ってください.
8. この問題冊子は持ち帰ってください.

Ⅰ. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 1から1000までの整数のうち，8で割り切れるが14では割り切れない数は $\boxed{\text{ア}}$ 個ある．

(ii) $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする．$f(x)=px^2+qx+1$ が，$f'(1)=4$，$\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx=6$ を満たすとき，$p=\boxed{\text{イ}}$，$q=\boxed{\text{ウ}}$ である．

(iii) $\alpha=2+\sqrt{2}\,i$，$\beta=2-\sqrt{2}\,i$ とするとき，$\dfrac{1}{\alpha^3}+\dfrac{1}{\beta^3}$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

(iv) $3x^3+ax^2+bx-6$ が x^2+x-2 で割り切れるとき，$a=\boxed{\text{オ}}$，$b=\boxed{\text{カ}}$ である．

(v) 三角形ABCにおいて，$\angle A=60^\circ$，$\angle B=75^\circ$，$AB=3\sqrt{2}$ としたとき，BCの長さは $\boxed{\text{キ}}$，この三角形の外接円の半径は $\boxed{\text{ク}}$ である．

(vi) $4\cos^2\theta+9\sin\theta=6$ のとき，$\sin\theta$ の値は $\boxed{\text{ケ}}$ である．

(vii) $a=\log_3 4$，$b=\log_3 5$ とおく．$\log_{60}40$ を a と b の式で表すと $\boxed{\text{コ}}$ である．

(viii) 数列 $1\cdot3$，$3\cdot5$，$5\cdot7$，$7\cdot9$，$\cdots$ の初項から第 n 項までの和を n の式で表すと，$\boxed{\text{サ}}$ となる．

Ⅱ. 座標平面上に3点A(−2，−1)，B(−2，1)，C(2，1)と点P(p，q)がある．点Pを通り直線ABに垂直な直線が直線ABと交わる点をD，点Pを通り直線BCに垂直な直線が直線BCと交わる点をE，点Pを通り直線ACに垂直な直線が直線ACと交わる点をFとする．このとき，次の問(ｉ)〜(iv)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ｉ) 点Fの座標を p，q を用いて表せ．

(ii) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{DE}}=(x_1,\ y_1)$ とする．x_1，y_1 をそれぞれ p，q を用いて表せ．

(iii) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{EF}}=(x_2,\ y_2)$ とする．x_2，y_2 をそれぞれ p，q を用いて表せ．

(iv) (ii)，(iii)で求めた x_1，y_1，x_2，y_2 について $x_1y_2=x_2y_1$ が成り立つとき，点Pの軌跡の方程式を求めよ．

Ⅲ．座標平面上で，点Aが原点（０，０）から出発して，次のルールで動くとする．

【ルール】１個のさいころを１回投げて１回の試行とする．

１か２か３の目が出れば，x 軸の正の方向に１動く．

４か５の目が出れば，y 軸の正の方向に１動く．

６の目が出れば，動かない．

このとき，次の問(ｉ)〜(ｖ)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(ｉ)　２回の試行を行う．２回の試行の後，点Aが点（１，１）にある確率を求めよ．

(ⅱ)　４回の試行を行う．４回の試行の後，点Aが点（２，２）にある確率を求めよ．

(ⅲ)　６回の試行を行う．６回の試行の後，点Aが点（２，２）にある確率を求めよ．

(ⅳ)　３回の試行を行う．３回目の試行で初めて点Aが点（１，１）に到達する確率を求めよ．

(ｖ)　５回の試行を行う．５回目の試行で初めて点Aが点（２，２）に到達する確率を求めよ．

【以下余白】